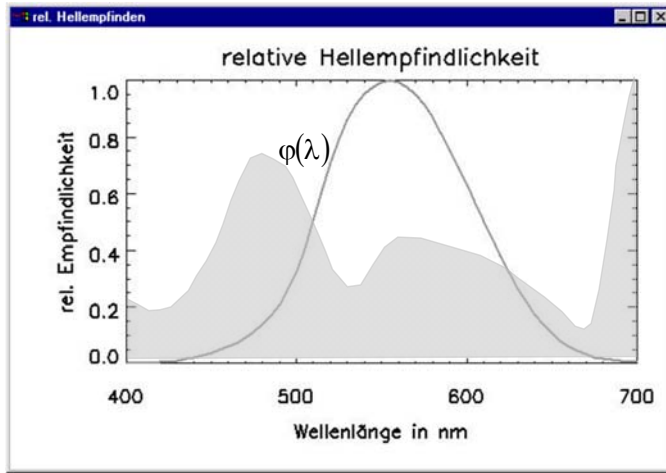


Zurück zur Leuchtdichte:

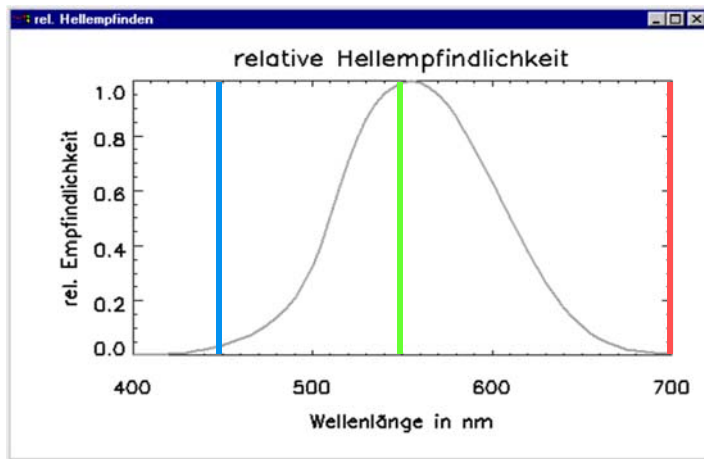
Am Beginn unserer Betrachtungen zu Strahlung, Licht und Farbe hatten wir die Leuchtdichte (Luminanz) aus dem spektralen Reiz berechnet.

Zur Erinnerung: Die Luminance Y ist aus der spektralen Leistungsdichte $\varphi(\lambda)$ durch Bewertung mit der spektralen Empfindlichkeitsfunktion des menschlichen Auges für das Hellempfinden ($V(\lambda)$ -Kurve, mechanische Lichtäquivalent) berechenbar.



$$Y = \int_{380 \text{ nm}}^{780 \text{ nm}} \varphi(\lambda) \cdot V(\lambda) \cdot M^{-1} \cdot d\lambda$$

Berechnung der Leuchtdichte (Luminanz) aus der Farbvalenz



$$L_{R,CIE} : L_{G,CIE} : L_{B,CIE} = 1 : 4,5907 : 0,0601$$



Die Leuchtdichte einer Farbe berechnet sich nach dem Abneyschen Gesetz:

$$Y = L = k \cdot \underline{L}^T \cdot \underline{F}$$

Die Komponenten des *Leuchtdichtebeiwert-Vektors* geben als *relative* Werte an, wie groß der Beitrag jedes Farbwertes der Farbvalenz (also des jeweiligen farbigen „Syntheselichtes“) zum Helleindruck ist. Sie hängen vom gewählten Farbwiedergabesystem ab (spektrale Charakteristik der Syntheselichter), sind für dieses aber dann konstant.

Mit der $V(\lambda)$ -Kurve und den schmalbandigen Quellen des CIE-Systems rechnet man leicht nach:

Der RGB-Raum ist von der spektralen Charakteristik der jeweiligen Lichtquellen abhängig (Leuchtphosphore, LCD-Filter etc. → geräteabhängiger Farbraum). Demzufolge sind Verhältnisse sind für jedes RGB-System anders (CIE, EBU, sRGB, ...; genauer in „Grundlagen der Farbbildverarbeitung“).

Die Leuchtdichte L ist streng zu unterscheiden von der Intensität I , die als formale Rechengröße eingeführt wird:

$$I = \frac{1}{3}(R + G + B)$$

Unterschiedliche bildgebende Systeme, z.B.:

- ▶ Farbkameras - 3-Chip-, Einchipkameras, Röhrenkameras
 - homogene Filter, Mosaikfilter, Streifenfilter, ...
 - unterschiedliche Filtertechnologie (RGB, CMY, ...)
 - CCD-, CMOS-Kameras, Röhrenkameras, ...
- ▶ Farbscanner - Beleuchtung, Farbstoffe
- ▶ Spezialkameras - Applikationsspezifische Kanäle

Widerspruch



Lösung: Approximation, Targetanpassung, Farbprofile

Farbmetrische Schnittstelle

Lösung: Farbprofile

- ▶ „True - Color- Darstellung“
 - unterschiedliche Monitore / div. CRT-Systeme, TFT,...
 - unterschiedliche Beamer und Overhead-Displays
 - unterschiedliche Drucker

Unterschiedliche Bildwiedergabesysteme z.B.:

Farbsysteme, Farbräume und reduzierte Farbräume

Bei entsprechender Normierung liegen die vom RGB-Farbsynthesystem erzeugbaren Farben im Einheitswürfel.

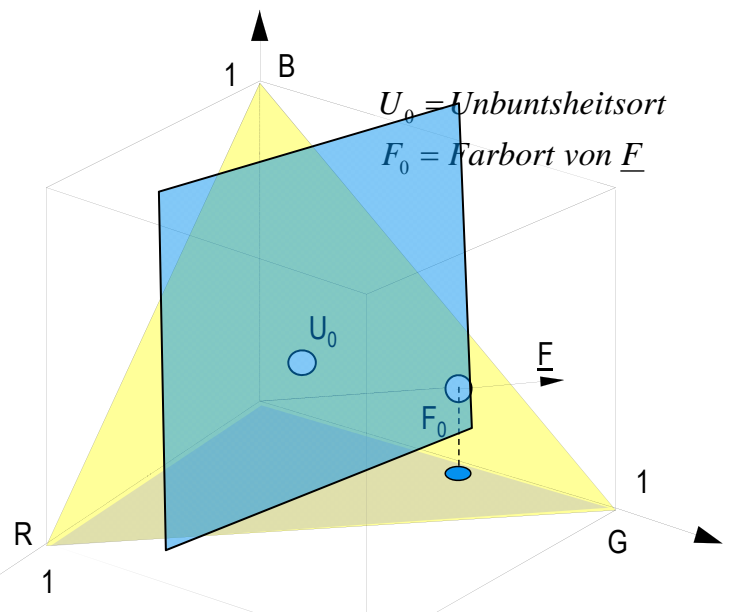
Zunächst wird der Begriff der Intensität eingeführt.

$$I = \frac{R + G + B}{3}$$

- ▶ Gelb eingetragen ist der Ausschnitt aus der Ebene konstanter Intensität $I=1/3$, der im Einheitswürfel liegt. Sie wird im Interesse der einfachen Darstellung als Farbtafel genutzt ($|\mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$). In der Farbtafel bleibt die Ordnung der Farbvalenzen erhalten. Verloren geht die Länge $|F|$ der Farbvalenz bzw. die Intensität.

Die verbleibende Chrominanz wird durch die Farbwertanteile erfasst (zwei reichen aus, da in 2D)

Es kann auch die Projektion der Ebene $I=1/3$ auf RG (grau überlagert) als Farbtafel genutzt werden, ohne die Ordnung der Farborte zu stören. (Vorteil: orthogonales rg-System)



- ▶ Blau eingetragen ist eine Ebene konstanter Leuchtdichte, die wesentlich von den Ebenen konstanter Intensität abweichen! Leuchtdichtebilder (bzw. Helligkeitsbilder) und Intensitätsbilder sehen unterschiedlich aus (insb. für gesättigte Farben) !!

Die RGB-Farbtafel

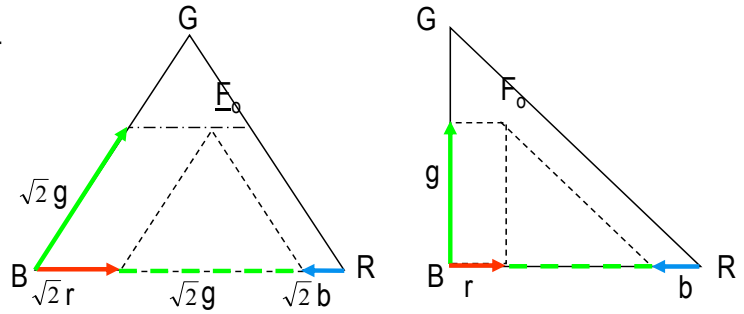
Der Blick aus $-n_1$ oder aus $-b$ liefert die rechts gezeigten Farbtafeln. Alle Farben gleicher Buntheit (unterscheiden sich nur in der Länge von \underline{E}) führen zum gleichen Farbort, der durch die Farbwertanteile r, g, b beschrieben wird:

$$r = \frac{R}{R+G+B}$$

$$g = \frac{G}{R+G+B}$$

$$b = \frac{B}{R+G+B}$$

$$\Leftrightarrow r+g+b=1$$



Aus dem rechten Teil der Gleichung folgt mit $b = 1 - r - g$, dass sich die Buntheit allein durch r und g darstellen lässt (entspr. der Farbtafel: $|R^2$)

Die Farbwertanteile lassen sich bei bekanntem Farbort in der Farbtafel nach der angegebenen Konstruktionsvorschrift ermitteln (links, Erläuterung in der Vorlesung) oder direkt ablesen (rechts).

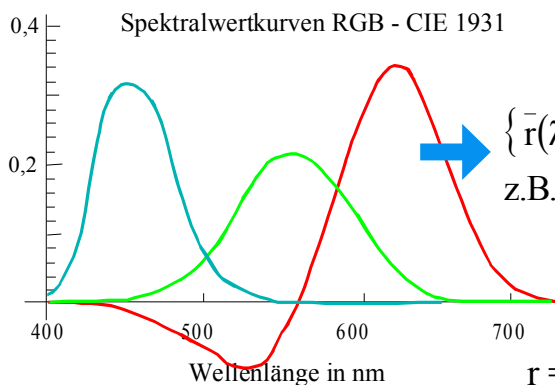
Der stets verwendete lineare Zusammenhang impliziert die Umrechenbarkeit von P,D,T in R,G,B und umgekehrt:

$$\begin{Bmatrix} \bar{r}(\lambda) \\ \bar{g}(\lambda) \\ \bar{b}(\lambda) \end{Bmatrix} = \underline{\underline{T_{PDT}^{RGB}}} \begin{Bmatrix} \bar{p}(\lambda) \\ \bar{d}(\lambda) \\ \bar{t}(\lambda) \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} R \\ G \\ B \end{Bmatrix} = \underline{\underline{T_{PDT}^{RGB}}} \begin{Bmatrix} P \\ D \\ T \end{Bmatrix}$$

Ausführlicher zu diesen Zusammenhängen und der Spezifik der speziellen geräteabhängigen Räume in der Vorlesung „Grundlagen der Farbbildverarbeitung“ im Sommersemester.

Farborte der spektralen (monochromatischen) Farben - der spektrale Kurvenzug

Spektralwertkurven RGB - CIE 1931

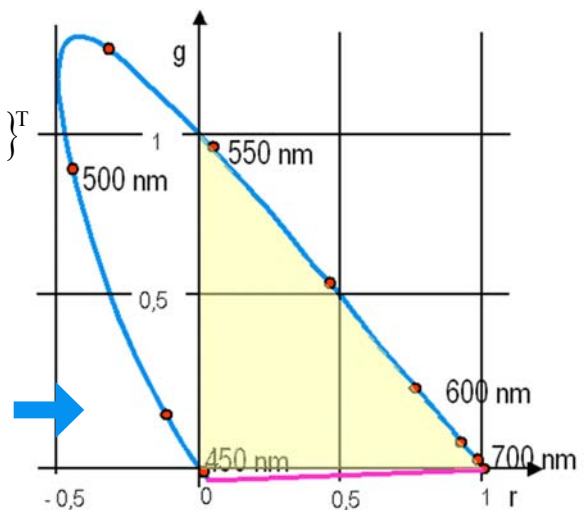


$$\{ \bar{r}(\lambda_0), \bar{g}(\lambda_0), \bar{b}(\lambda_0) \}^T$$

z.B. $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$

$$r = \bar{r} / (\bar{r} + \bar{g} + \bar{b})$$

$$g = \bar{g} / (\bar{r} + \bar{g} + \bar{b})$$



Offensichtlich gilt für den geräteabhängigen RGB-Raum:

- ▶ Menge aller existierenden (und durch RGB beschreibbaren) Farben(orte) → Inneres des Kegels der Spektralvalenzen (bzw. des spektralen Kurvenzuges)
- ▶ Menge der durch die RGB-Primärvalenzen technisch erzeugbaren (also synthetisierbaren) Farborte → gelbes Dreieck
- ▶ Die Geräteabhängigkeit schlägt sich also ausschließlich im Dreieck nieder, das nur für monochromatische Lichter bis zum spektralen Kurvenzug läuft.

Das Normvalenz- oder XYZ-System (CIE 1931)

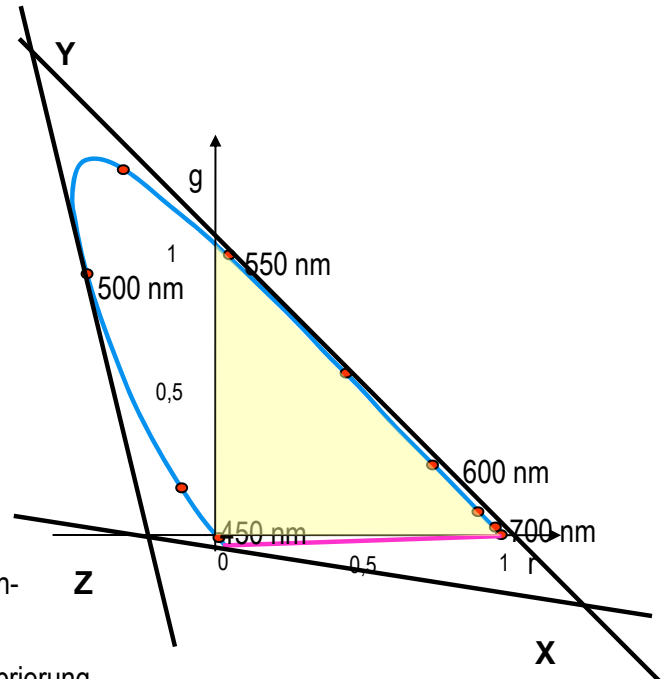
Motivation:

- ▶ Alle existierenden Farbvalenzen sollen durch positive Farbwerte darstellbar sein (ist insbesondere für die Farbmessung interessant)
→ XYZ-Dreieck der drei Normvalenzen muss den spektralen Kurvenzug voll umschließen.
- ▶ Leuchtdichte soll als unabhängige Komponente auftreten
→ aus dem Abneyschen Gesetz lässt sich die erste Gerade ermitteln, auf der X und Z liegen (Y=0). Siehe auch Erläuterung zur Konstruktion von Farborten in Folie 5!

$$\Rightarrow g = -0,2075 \cdot r - 0,0133$$

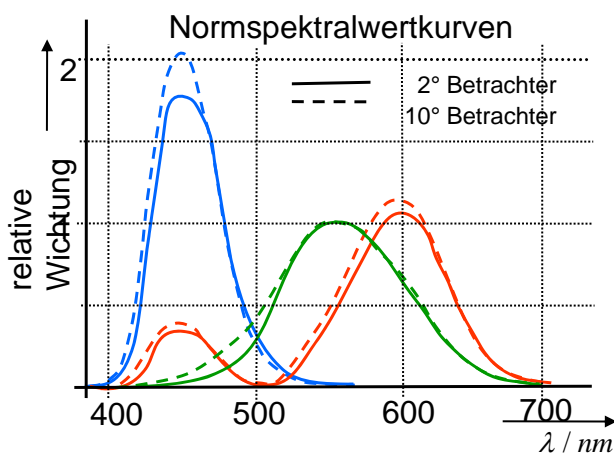
Die weitere Konstruktion:

- ▶ Tangente im Bereich von $(r,g)=(1,0)$ bis $(r,g)=(0,1)$.
- ▶ Dritte Tangente so, dass Fläche minimal wird.
- ▶ Die Schnittpunkte der drei Geraden definieren die Normvalenzen YXZ
- ▶ System ist vollständig spezifiziert durch eine geeignete Kalibrierung
- ▶ Die Normvalenzen sind physikalisch nicht realisierbare, virtuelle Größen.



Das Normvalenz- oder XYZ-System (CIE 1931)

XYZ - Spektralwertkurven für den 2° - Betrachter und den 10° - Betrachter im Vergleich (DIN 5033, Teil 2)



2°- Betrachter:

1931 von der CIE empfohlen zur Bestimmung der Farbvalenz von Gesichtsfeldern $\leq 4^\circ$. Die 2° - Gesichtsfeldgröße entspricht einem Objekt von 1,75 cm Durchmesser bei einem Betrachtungsabstand von 50 cm. Der 2° - (Kleinfeld-) Betrachter dient zur Bewertung kleiner Objekte (z.B. Signallichter, Displays)

10° - Betrachter:

1964 von der CIE empfohlen zur Bestimmung von Farbvalenzen in Gesichtsfeldgrößen $> 4^\circ$. (Typisch für Fernsehen, 8.75 cm aus 50cm Entfernung)

Beachte:

Erwartungsgemäß sind die Normspektralwertkurven stets nichtnegativ !

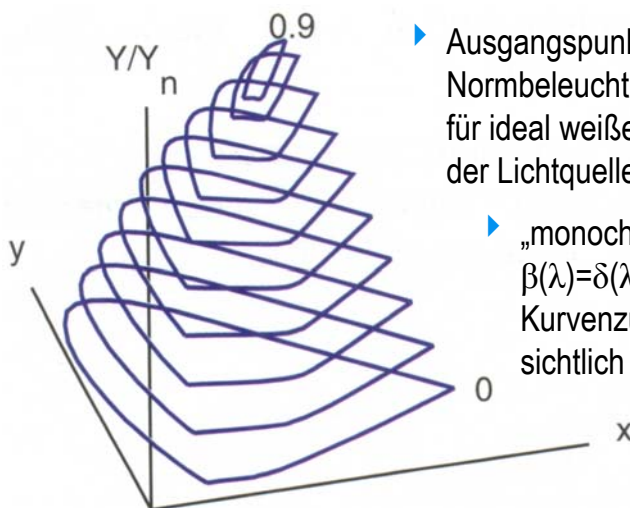
Dies erlaubt bei stets positiver Sensorempfindlichkeit positive Transmissionsgrade (Farbmessung).

Bedeutung wird offensichtlich im Zusammenhang mit den Luther-Bedingungen (Vorlesung „Grundlagen der Farbbildverarbeitung“).

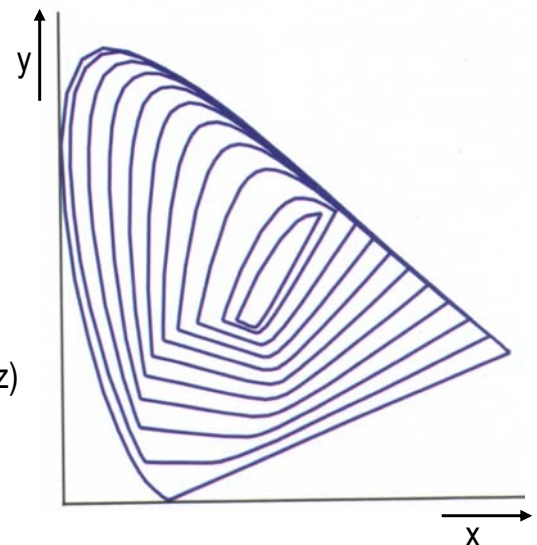
- ▶ Für die unterschiedlichen „Geräte“ zur Farbsynthese mit ihren gerätespezifischen Räumen RGB_{Gerät} gibt es unterschiedliche Transformationsvorschriften XYZ !!! (genauer in der Vorlesung „Grundlagen der Farbbildverarbeitung“)

$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = T_{\text{RGB}|_{EBU}}^{XYZ} \cdot \begin{Bmatrix} R_{EBU} \\ G_{EBU} \\ B_{EBU} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = T_{\text{RGB}|_{TFT}}^{XYZ} \cdot \begin{Bmatrix} R_{TFT} \\ G_{TFT} \\ B_{TFT} \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = T_{\text{RGB}|_{Gerät\ n}}^{XYZ} \cdot \begin{Bmatrix} R_{Gerät\ n} \\ G_{Gerät\ n} \\ B_{Gerät\ n} \end{Bmatrix}$$

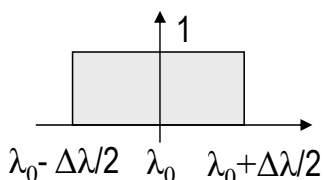
Der spektrale Kurvenzug und Optimalfarbenkörper



- ▶ Ausgangspunkt ist eine ideale weiße Normbeleuchtung, z.B. eine solche, die für ideal weiße Vorlage blendfreies Weiß der Lichtquelle liefert (→ Y_n)
- ▶ „monochromatische“ Vorlagen $\beta(\lambda) = \delta(\lambda - \lambda_0) \rightarrow$ spektraler Kurvenzug \rightarrow Er existiert offensichtlich nur bei $(Y/Y_n) = 0$ (Schwarz)



$$\beta(\lambda) = \Pi((\lambda - \lambda_0) / \Delta\lambda)$$



- ▶ Für $(Y/Y_n) > 0$ wird ein rechteckförmiger Remissionsverlauf $\beta(\lambda) = \Pi((\lambda - \lambda_0) / \Delta\lambda)$ mit entsprechender Mittenwellenlänge angenommen (Farben maximaler Sättigung, Optimalfarben). $\Delta\lambda$ muss umso mehr steigen, wie (Y/Y_n) steigt.
- ▶ Für Weiß mit voller Intensität müssen alle Strahlungsanteile vollständig zurückgeworfen werden, d.h. der Idealfarbenkörper läuft in einem Punkt zusammen.

IDL-Demo: Optimalfarbenkörper

Das Normvalenz- oder XYZ-System (CIE 1931)

Die xy-Tafel des Normvalenzsystems und ermiscbare Farben nach RGB-CIE und RGB-EBU

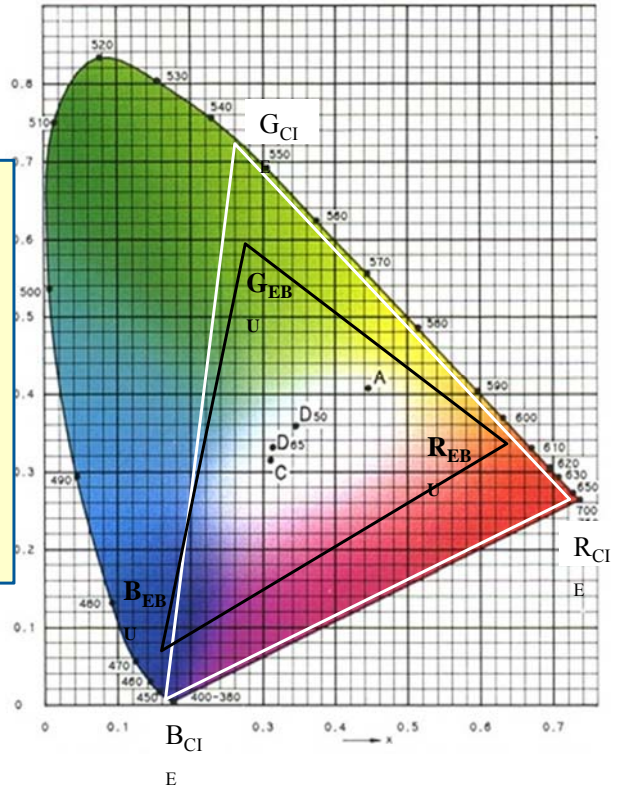
Farbwertanteile des Normvalenzsystems:

$$x = \frac{X}{X+Y+Z} \quad \Leftrightarrow \quad x+y+z=1$$

für y, z analog $x=y=z=1/3 \rightarrow$ Unbuntheitspunkt

Auch hier: Umrechnung aus PDT und RGB durch lineare Matrixierung möglich

- ▶ **Beispiel: Standard-RGB-Raum (sRGB)**
(ISO/IEC 61966-2 oder CCIR Rec. 709)
- ▶ Beruht auf der Definition eines typischen Bildschirms
- ▶ Soll für weniger anspruchsvolle Anwendungen
 - den Workflow zur True-Color-Darstellung vereinfachen
 - ohne Farbmanagement brauchbare Ergebnisse bringen

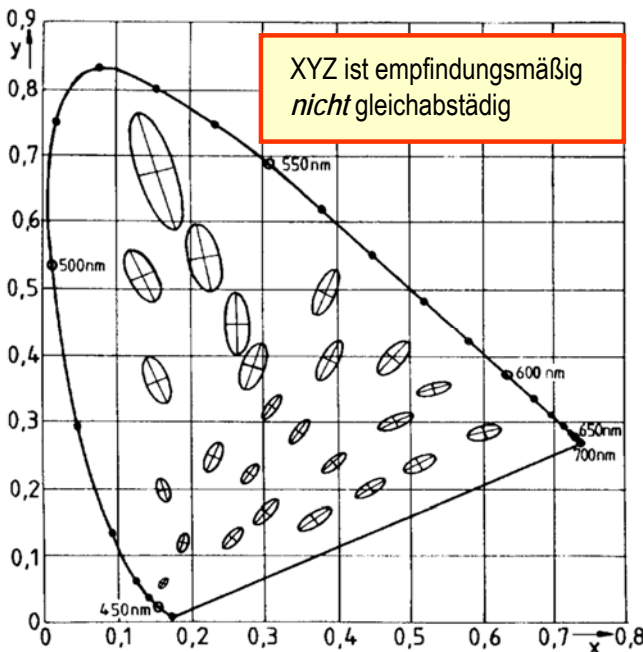


$$\begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{Bmatrix} = T_{sRGB}^{XYZ} \cdot \begin{Bmatrix} R_{sRGB} \\ G_{sRGB} \\ B_{sRGB} \end{Bmatrix}$$

Ausführlicher: „Grundlagen der Farbbildverarbeitung“ und Color-Bibliothek des ZBS e.V.

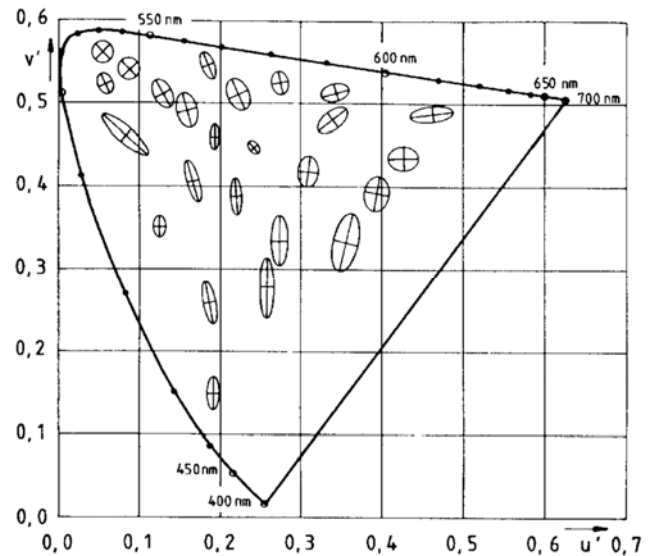
Farbabstandsempfinden

- ▶ Informationsgehalt der Farbe für den Menschen hängt von der wahrnehmbaren Mannigfaltigkeit ab !



Schwellwertellipsen nach MacAdam in der xy-Normfarbtafel (zehnfach vergrößert, 3 jnd)

erste Versuche zu gleichabständigen Räumen: U'V'W'



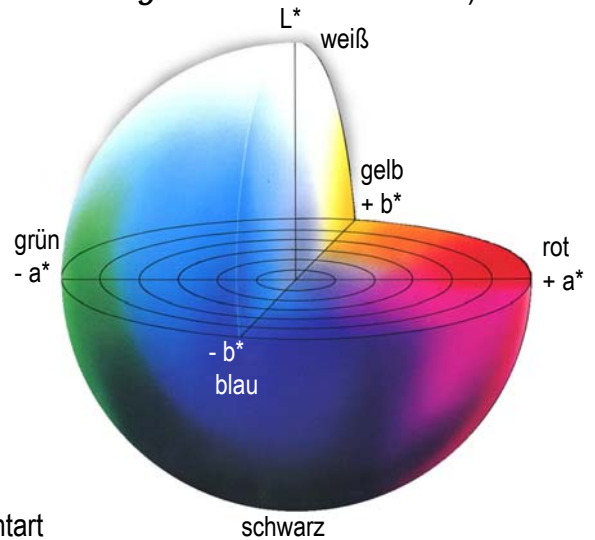
Schwellwertellipsen in der CIE-UCS- oder auch u'v'-Farbtafel (zehnfach vergrößert, Halbachse = 3 jnd)

L*a*b*- oder CIE_{LAB}-Raum

(postrezeptiv, „Gegenfarbenmodell“, „Grundlagen der Farbbildverarbeitung“ im Sommersemester)

- ▶ empfindungsmäßig gleichabständig
- ▶ Grundsätzlich zur Angabe von Farbabweichungen verwendet (Bewertung von Monitoren, Druckern, Farbdrukken, Abweichungen von Nachfärbungen)
- ▶ Farbdifferenzmaß ΔE :

$$\Delta E = \sqrt{(L_1^* - L_2^*)^2 + (a_1^* - a_2^*)^2 + (b_1^* - b_2^*)^2}$$



(Y/Y _n)	
> 0,008856	< 0,008856
$L^* = 116 \cdot \sqrt[3]{\frac{Y}{Y_n}} - 16$	$L^* = 903,3 \cdot \frac{Y}{Y_n}$
$a^* = 500 \cdot \left[\sqrt[3]{\frac{X}{X_n}} - \sqrt[3]{\frac{Y}{Y_n}} \right]$	$a^* = 3839,5 \cdot \left[\frac{X}{X_n} - \frac{Y}{Y_n} \right]$
$b^* = 200 \cdot \left[\sqrt[3]{\frac{Y}{Y_n}} - \sqrt[3]{\frac{Z}{Z_n}} \right]$	$b^* = 1557,4 \cdot \left[\frac{Y}{Y_n} - \frac{Z}{Z_n} \right]$

Beleuchtende Lichtart
(Beispiele, 2° Normalbetrachter)

	D65	Normlicht C	Normlicht A
X _n	95,05	98,07	109,85
Y _n	100	100	100
Z _n	108,9	118,22	35,58

Chrominanzwertsystem

Motivation:

- ▶ Paralleler Betrieb von S/W- und Farbfernsehsystemen
- ▶ Chrominanzwerte (R-Y), (G-Y), und (B-Y):
 - sind von der Leuchtdichte befreite Werte
 - verschwinden für alle unbunten Farben

z.B. Absolutwerte der der CIE-Leuchtdichtebeiwerte
Verhältnisse aus Folie CG_KHF_02-2 und Normierung auf L_{max}=1 führen mit dem Abneyschen Gesetz auf:

$$\underline{L}_{CIE} = \begin{Bmatrix} 0,177 \\ 0,8124 \\ 0,0106 \end{Bmatrix}$$

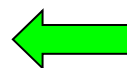
$$\begin{Bmatrix} R - Y \\ G - Y \\ B - Y \end{Bmatrix} = \underline{T}_{RGB}^{R-Y, G-Y, B-Y} \cdot \begin{Bmatrix} R \\ G \\ B \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - L_R & -L_G & -L_B \\ -L_R & 1 - L_G & -L_B \\ -L_R & -L_G & 1 - L_B \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} R \\ G \\ B \end{Bmatrix}$$

R, G, B sowie L_R, L_G und L_B aus dem jeweilig betrachteten gerätespezifischen System!

Zum Verschwinden der Chrominanzwerte für unbunte Farben:

$$(R - Y)_{unbunt} = (R - L_R R - L_G G - L_B B)_{R=G=B} = R - R \cdot (L_R + L_G + L_B) = 0$$

$$G - Y = \frac{L_R (R - Y) + L_B (B - Y)}{L_G}$$



- ▶ System (R-Y), (G-Y), (B-Y) und Y ist überbestimmt
- ▶ (R-Y), (B-Y) und Y gewährleistet die Kompatibilität zum S/W-Fernsehen
- ▶ Reproduktion des fehlenden Differenzsignals im Empfänger

Aufgabe für Seminar: Begründen Sie, warum gerade G-Y weggelassen wird!

Gammakorrektur und Luma

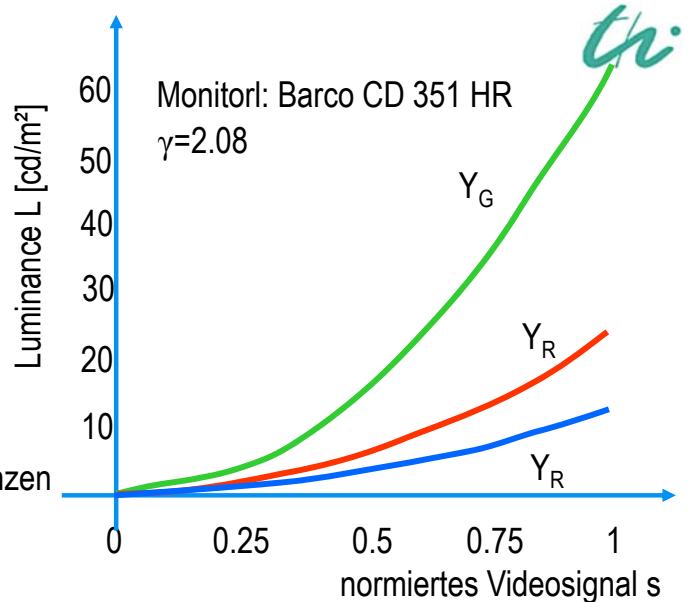
- Die lokale *Luminanz einer Kathodenstrahlröhre* (CRT) ist näherungsweise *proportional zur Intensität des Elektronenstrahls*, der die Phosphore trifft.
- Die aussteuernde Größe ist die Gitterspannung, die über lineare Verstärker aus dem Videosignal gewonnen wird. *Für den Strahlstrom gilt:*

$$I_{Ai} \approx U_{Gi}^\gamma, \quad \text{mit } \gamma \approx 2$$

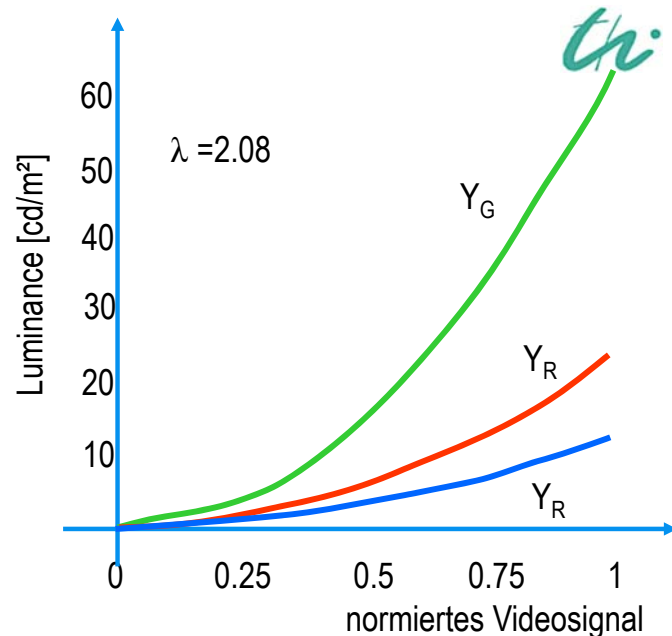
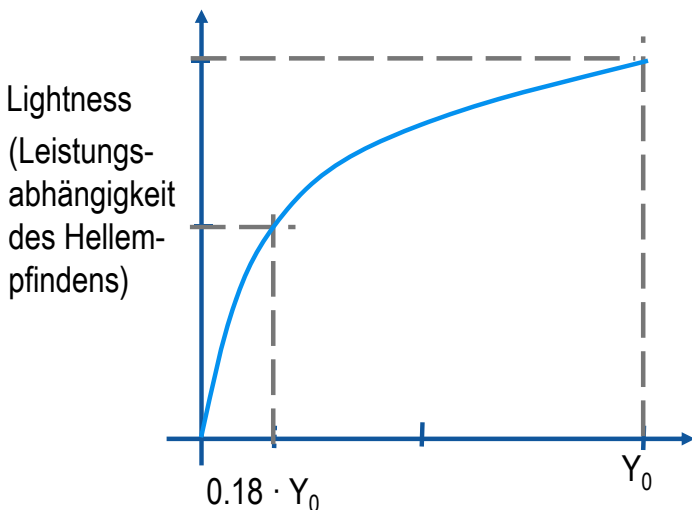
- Folglich hängt die Luminanz jeder der drei Primärvalenzen etwa quadratisch vom entsprechenden Videosignal ab.

$$Y_i(s_i) = L_i(s_i) \approx L_{i \max} \cdot s_i^\gamma, \quad \text{mit } \gamma \approx 2$$

- Das Verhältnis $L_R : L_G : L_B$ hängt von Verstärkereinstellungen und Phosphoreigenschaften ab und ist kalibrierbar
- Wichtig ist, dass die einzigen Differenzen zwischen den Funktionen $L_R(s_R)$, $L_G(s_G)$, $L_B(s_B)$ nur in den Faktoren $L_{i \max}$ bestehen, denn nur so kann bei veränderter Helligkeit einer Farbe für konstante Farbart und Sättigung gesorgt werden!



Gammakorrektur und Luma



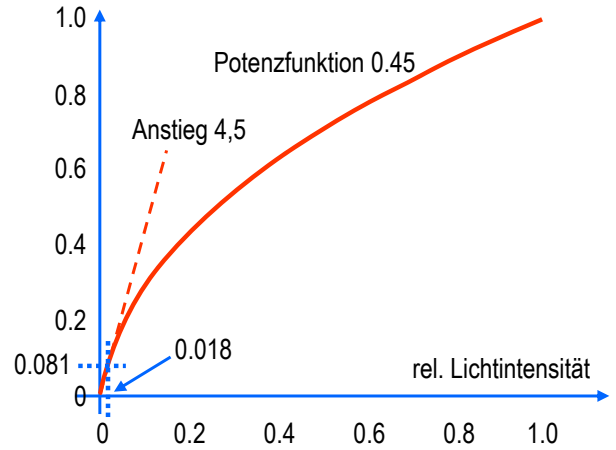
- Amüsant ist, dass das menschliche Hellempfinden quasi invers zur Monitorcharakteristik ist. →
- Man könnte glauben, die Korrektur der Monitoreigenschaften könne entfallen, da sich für die Kette Kamera – Monitor – Auge dann (bis auf einen Faktor) eine lineare Charakteristik ergibt!

Aufgabe für Seminar: Zeigen Sie, dass die (quadratische) γ -Korrektur erforderlich ist trotz der nichtlinearen Leistungsabhängigkeit des menschlichen Sehens (siehe CG_KHF_01-19) nach einer Quadratwurzel-Funktion!

Gammakorrektur und Luma

- Gamma-Korrektur ist erforderlich
- lineare Kette Kamera-Monitor

$$R'_{709} = \begin{cases} 4.5 \cdot R & R \leq 0,018 \\ 1.099 \cdot R^{0.45} - 0.099 & R > 0,018 \end{cases}$$



In Videosystemen wird die Helligkeitsinformation standardmäßig nicht als nichtlineare Funktion der NTSC- oder EBU-RGB-Luminanzen sondern als gewichtete Summe der nichtlinearen (d.h. gammakorrigierten) R' , G' und B' Werte dargestellt. Dieses Signal wird Luma genannt.

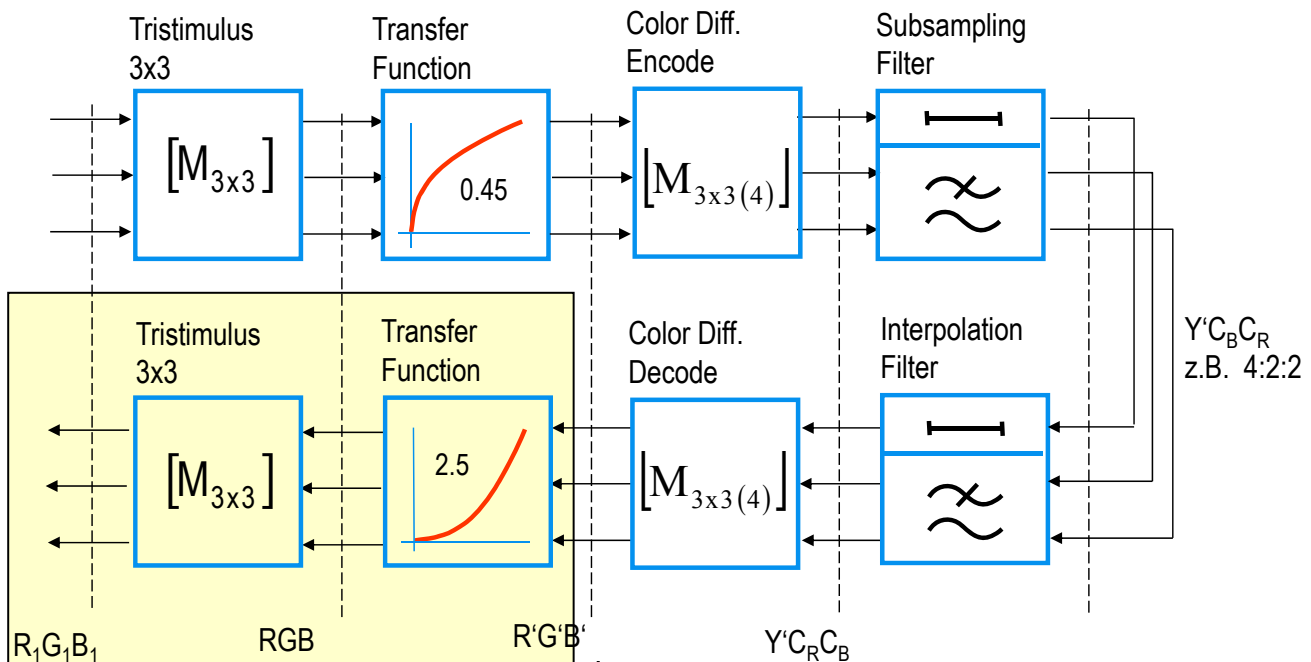
Beispiel:

Als Luma ergibt sich für die NTSC-Phosphore von 1953 (CCIR Rec. 601):

$$Y' = \underline{L}^T \Big|_{601} \cdot \underline{F}'_{601}$$

➡ Luma ≠ Luminanz !!!

Y_{C_BC_R} – System (Farbdifferenzsystem für Video)



Y'_{C_BC_R}
z.B. 4:2:2

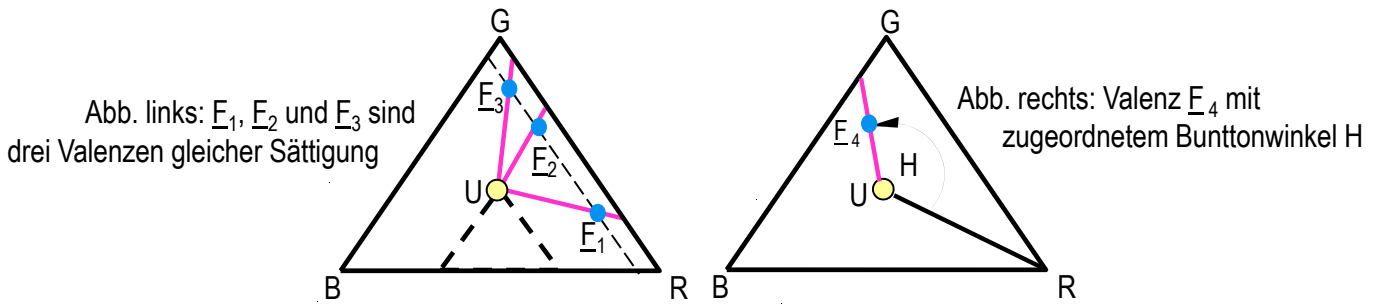
- ▶ Y' ist ein in der Videotechnik als „Luma“ bezeichnetes Signal, das die nichtlineare γ -Korrektur berücksichtigt.
- ▶ nicht verwechseln mit Luminanz Y (oder L), das leistungsproportional ist !

Ausführlicher in „Grundlagen der Farbbildverarbeitung“ (Sommersemester)



Der HSI- Raum (Farbart - Hue, Sättigung - Saturation, Intensität - Intensity)

- Die Intensität ist bereits eingeführt: $I = (R+G+B) / 3$



Sättigung:

Aus dem Strahlensatz folgt unmittelbar:

$$S = 1 - 3 \cdot \min \{r, g, b\}$$

Hue (Bunttonwinkel):

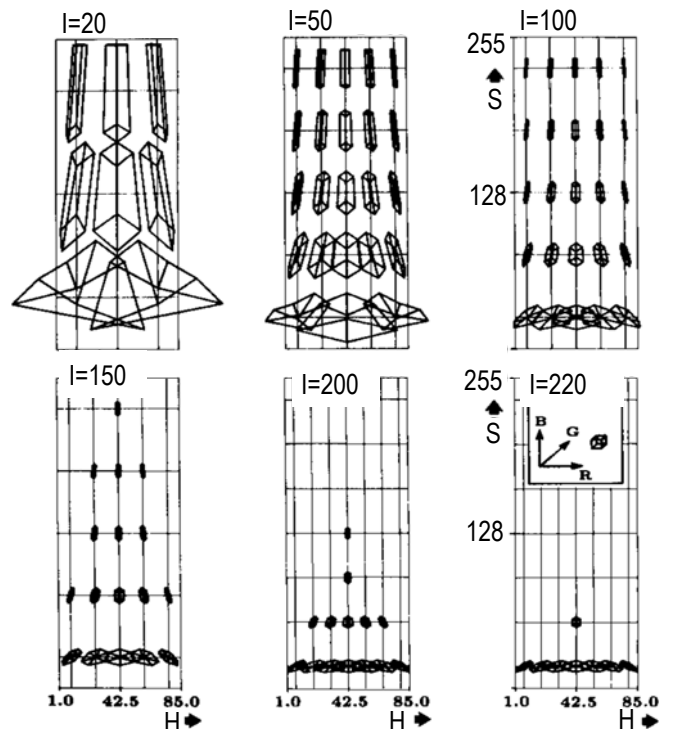
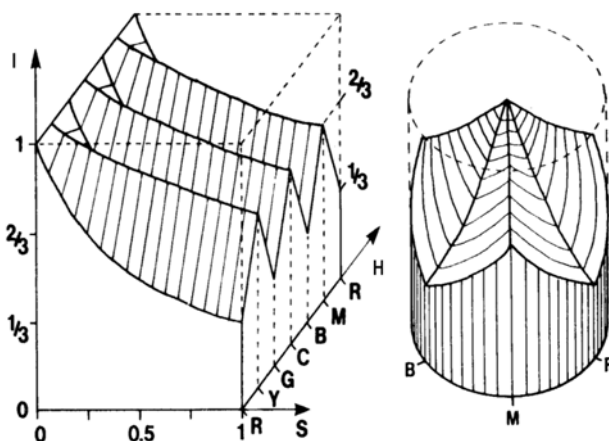
Zur einfachen Herleitung verwendet man günstig Farbvalenzen aus der Ebene $I=1/3$ und Trigonometrie:

$$H^* = \arccos \left[\frac{0,5 \cdot \{(R - G) + (R - B)\}}{\sqrt{(R - G)(R - G) + (R - B)(G - B)}} \right]$$

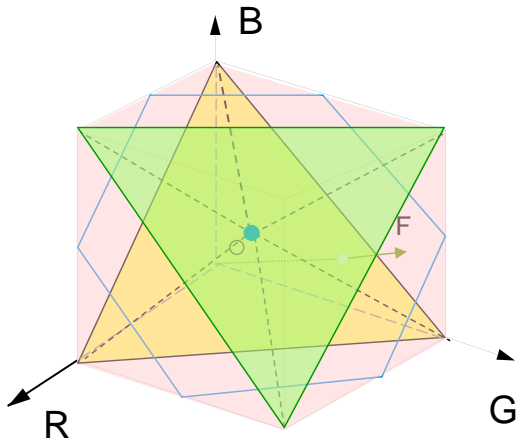
$$H = \begin{cases} H^* & \text{falls } B \leq G \\ 2\pi - H^* & \text{falls } B > G \end{cases}$$

Probleme im HSI-Raum

- „Würfel“ wird nicht vollständig gefüllt!
Vorsicht bei der Manipulation einzelner Größen, es könnte keine Entsprechungen in RGB geben.
- Raum ist ungleichmäßig gefüllt!
„Instabilitäten“ bei kleinem I in Buntton und Sättigung.



Der HSL- Raum (Farbart - Hue, Sättigung - Saturation, „Helligkeit“ - Lightness)



$$L = \frac{\max(R, G, B) + \min(R, G, B)}{2}$$

$$S = \begin{cases} \frac{\max(R, G, B) - \min(R, G, B)}{\max(R, G, B) + \min(R, G, B)} & \text{für } L \leq 0.5 \\ \frac{\max(R, G, B) - \min(R, G, B)}{2 - \max(R, G, B) - \min(R, G, B)} & \text{sonst} \end{cases}$$

$$H = \begin{cases} \frac{60(G - B)}{\max(R, G, B) - \min(R, G, B)} & \text{für } R = \max \\ \frac{60(2 + B - R)}{\max(R, G, B) - \min(R, G, B)} & \text{für } G = \max \\ \frac{60(4 + R - G)}{\max(R, G, B) - \min(R, G, B)} & \text{für } B = \max \end{cases}$$

- ▶ HSL wird gern für Computergrafik verwendet
- ▶ einfache Berechnungsbeziehungen
- ▶ **Kritik:**
 - Verwendung der Begriffe H, S, L versus Bedeutung in der Farbenlehre
 - komplizierte Form des Raumes
 - konstantes L bedeutet weder konstante Luminanz Y noch konstante Intensität I oder konstantes Hellempfinden L*

