

# Spektrale Aspekte und Licht-Material-Wechselwirkungen bei der Weißlicht-Interferometrie

R. Jahn<sup>1</sup>, K. Wenzel<sup>2</sup>, R. Nestler<sup>1</sup>, K.-H. Franke<sup>1</sup>, T. Machleidt<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Zentrum für Bild- und Signalverarbeitung (ZBS) e. V.

<sup>2</sup> Gesellschaft für Bild- und Signalverarbeitung (GBS) mbH

Werner-von-Siemens-Str. 10, D-98693 Ilmenau

E-Mail: rainer.jahn@zbs-ilmenau.de

URL: <http://www.zbs-ilmenau.de>

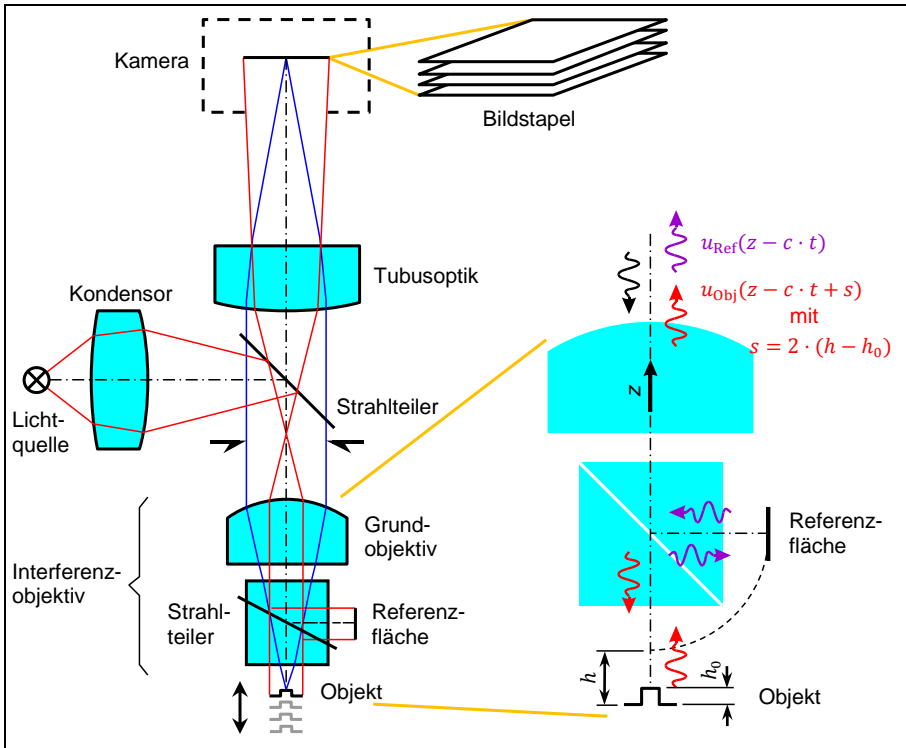
**Zusammenfassung.** Die Arbeit behandelt spezielle systematische Messfehler bei der Weißlicht-Interferometrie. Auf physikalischer Grundlage wird dargestellt, wie sich optische Unterschiede der Interferometer-Zweige auf die Interferogramme auswirken. Nach einer allgemeinen Beschreibung werden unterschiedliche Reflexionseigenschaften von Objekt- und Referenzfläche genauer untersucht. Es werden die zu erwartenden Messfehler für verschiedene Materialien und spektrale Kanäle (Farbkamera) nach mehreren Kriterien theoretisch ermittelt. Dabei wird u. a. eine neuartige Verfahrensvariante des „Template Matching“ zur Interferogramm-Auswertung angewandt.

## 1 Überblick zur Weißlicht-Interferometrie

Die Weißlicht-Interferometrie ist ein modernes und präzises Verfahren zur berührungslosen Messung der Oberflächentopografie. Bei dieser Form der Zweistrahl-Interferometrie verwendet man eine polychromatische Lichtquelle, so dass nur bei geringer Lichtwegdifferenz der Teilwellen eine Interferenzerscheinung sichtbar ist. Der Zustand gleicher optischer Wege entlang der Interferometer-Arme lässt sich somit im Gegensatz zu herkömmlichen Interferometern eindeutig identifizieren.

Der prinzipielle Aufbau eines Weißlicht-Interferometers ist in Abb. 1 links veranschaulicht. Er ist weitgehend mit dem eines digitalen Auflichtmikroskops identisch. Die Interferenz wird an den zusätzlichen Komponenten unterhalb des Objektivs erzeugt (Strahlteiler, Referenzfläche). Diese sind üblicherweise mit dem Objektiv zu einer Einheit verbunden, die je nach Wirkungsweise als Michelson- (hier dargestellt) oder Mirau-Objektiv gehandelt wird. Zusätzlich ist eine Verstell-Einrichtung vorhanden, die das Prüfobjekt relativ zum Objektiv in axialer Richtung bewegt.

Der Messvorgang besteht darin, das Objekt schrittweise axial zu verschieben und jeweils ein Kamerabild aufzunehmen. So entsteht eine dreidimensionale Grauwertverteilung in Form eines Bildstapels. Die dritte Dimension repräsentiert die axiale Objektverstellung  $h$ . Die Grauwertverteilung eines Pixels in Abhängigkeit von  $h$  ist das kurzkohärente Interferenzmuster, das nur in der Umgebung einer Stelle  $h = h_0$  eine Struktur aufweist. Dabei ist  $h_0$  der Indikator für exakt gleich lange optische Wege derjenigen Teilwellen, die im betreffenden Pixel konvergieren. Folglich gibt  $h_0$  die Profilhöhe des Objektpunktes an, der auf das Pixel abgebildet wird.



**Abb. 1.** Links Aufbau eines Weißlicht-Interferometers, rechts Wellenausbreitung

Zur Rekonstruktion des Oberflächenprofils ist es also erforderlich, das Interferenzmuster pixelweise entlang der  $h$ -Koordinate des Bildstapels exakt zu lokalisieren. Dabei sind folgende Probleme zu bewältigen:

1. Wegen beschränkter Ressourcen ist der Bildstapel möglichst klein zu halten und die Schrittweite der  $h$ -Koordinate möglichst groß zu wählen. Eine Auflösung der Profilhöhe im Nanometerbereich erfordert unter diesen Umständen, die Interferenzmuster auf etwa 1/100 des Stützstellenabstandes genau zu lokalisieren.
2. Die Form des Interferenzmusters ist nicht konstant, sondern hängt u. a. vom effektiven Strahlungsspektrum und den Materialeigenschaften der Objektoberfläche ab.
3. An Profilsprüngen entstehen verzerrte oder überlagerte Interferogramme, die nicht exakt vorhersagbar sind.
4. Die Interferogramme und ihre Lokalisierung sind mit zufälligen Messfehlern (Rauschen) behaftet.
5. Besondere Schwierigkeiten treten bei optisch inhomogener Objektoberfläche auf, z. B. wenn Bereiche aus verschiedenen Materialien aneinander grenzen.

Dann haben die Interferogramme keine einheitliche Gestalt, und ihre Relativlage ist ohne zusätzliche Kenntnisse nicht exakt bestimmbar.

Dementsprechend existieren verschiedene Algorithmen zur Auswertung der Interferogramme und zur Höhenprofil-Rekonstruktion, die die o. g. Schwierigkeiten in unterschiedlichem Maß berücksichtigen. Wesentliche Verfahren sind in [5] zusammengefasst. Zahlreiche Ansätze widmen sich direkt oder indirekt den Problemen 1 und 4, etwa die musterbasierten Filter oder stochastische Verfahren zur nachträglichen Korrektur des Höhenprofils, siehe [1]. Die Algorithmen basieren jedoch meist auf einem einfachen Modell des Interferogramms, das den realen Verhältnissen nicht immer entspricht, etwa einer periodischen Trägerschwingung mit gaußförmiger Hüllkurve. Die dabei entstehenden systematischen Messfehler werden in den bekannten Quellen nicht ausreichend untersucht.

Die praktischen Erfahrungen der GBS mbH mit eigenen Produkten zur Weißlicht-Interferometrie haben gezeigt, dass systematische Messfehler verschiedener Ursache regelmäßig auftreten und die Messungen zum Teil unbrauchbar machen. Daher wurden gemeinsam mit dem ZBS e. V. die physikalischen Grundlagen vertieft, um die Messfehler möglichst im Voraus berechnen und korrigieren zu können. Die Grundlagen sind in Abschnitt 2 und erste Ergebnisse in Abschnitt 3 dargestellt. Eine zweite Forschungsrichtung hat das Ziel, die musterbasierten Filter flexibler zu gestalten und besser an die realen Interferogramme anzupassen. Der aktuelle Stand hierzu ist in Abschnitt 4 beschrieben. Sofern im Folgenden Grundgleichungen ohne Quelle angegeben sind, handelt es sich um bekannte Tatsachen der elektromagnetischen Lichttheorie, die z. B. in [1] nachzulesen sind.

## 2 Theoretische Grundlagen der Weißlicht-Interferometrie

### 2.1 Verallgemeinertes Interferogramm

Polychromatisches Licht ist gekennzeichnet durch ein nicht-periodisches Verhalten in Raum und Zeit. Es entsteht durch Überlagerung einer Vielzahl periodischer Wellen, die zusammen ein Wellenpaket bilden. Wenn alle Teilwellen sowohl gleiche Ausbreitungsrichtung als auch gleiche Schwingungsrichtung haben, kann man den vektoriellen Charakter der Feldstärken vernachlässigen und die räumliche Abhängigkeit auf eine Dimension beschränken. Weiter sei vorausgesetzt, dass sich die Wellenpakete in einem homogenen, isotropen, dispersionsfreien und elektrisch neutralen Dielektrikum ausbreiten, was näherungsweise für die atmosphärische Luft zutrifft. Dann ist die elektrische Feldstärke eines Wellenpakets eine skalare Funktion  $E(z, t)$  der Ausbreitungsrichtung  $z$  und der Zeit  $t$ , und es gilt die skalare Wellengleichung

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \quad (2.1)$$

mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  im Ausbreitungsmedium. Die allgemeine Lösung dieser Dgl. für vorwärts laufende Wellen lautet

$$E(z, t) = u(z - c \cdot t) \quad (2.2)$$

mit einer beliebigen zweimal stetig differenzierbaren Funktion  $u$  einer reellen Variablen. Formel (2.2) besagt, dass das Wellenpaket im Zeitverlauf seine Form behält, es bewegt sich lediglich mit der Geschwindigkeit  $c$  in  $z$ -Richtung.

In Abb. 1 rechts ist die „Geschichte“ eines solchen Wellenpakets beim Durchlaufen der wesentlichen Teile des Interferometers dargestellt. Das von der Lichtquelle ausgehende Wellenpaket (schwarze Wellenlinie) durchläuft das Objektiv und wird vom Strahlteiler in zwei Wellenpakete zerlegt. Das eine wird am Objekt reflektiert (rote Wellenlinie), das andere am Referenzspiegel (violette Wellenlinie). Nachdem die Wellenpakete wieder den Strahlteiler durchlaufen haben, breiten sie sich in gleicher Richtung aus, aber das vom Objekt reflektierte läuft dem anderen um eine Wegdifferenz von  $2 \cdot (h - h_0)$  hinterher. Dabei ist  $h$  die axiale Verstellung des Objekts, ausgehend vom Zustand gleichlanger Interferometer-Arme, und  $h_0$  ist die Profilhöhe des abgebildeten Objektpunktes. Wenn die Interferometer-Arme oder die reflektierenden Flächen im optischen Verhalten nicht identisch sind, können die interferierenden Wellenpakete unterschiedliche Form haben. Da sie sich in Luft ausbreiten, erfüllen sie (2.2), aber mit eventuell verschiedenen Funktionen  $u_{\text{Ref}}$  für die Referenzwelle und  $u_{\text{Obj}}$  für die Objektwelle. Die resultierende elektrische Feldstärke  $E_{\text{WLI}}$  am Weißlicht-Interferometer beträgt gemäß Abb. 1

$$E_{\text{WLI}}(\zeta, h, h_0) = u_{\text{Ref}}(\zeta) + u_{\text{Obj}}(\zeta + 2 \cdot (h - h_0)), \quad (2.3)$$

wenn man die „retardierte“ Ortskoordinate  $\zeta := z - c \cdot t$  einführt.

Die Intensität als messbare Strahlungsgröße ist bis auf einen konstanten Faktor gleich dem Zeitmittelwert des Quadrates der elektrischen Feldstärke. Unter Vernachlässigung des besagten Faktors folgt aus (2.3) für die Intensität des Interferogramms

$$I_{\text{WLI}}(h, h_0) = I_{\text{Ref}} + I_{\text{Obj}} + 2 \cdot K(2 \cdot (h - h_0)) \quad (2.4)$$

mit der Kreuzkorrelationsfunktion der Wellenpakete

$$K(s) := \lim_{Z \rightarrow \infty} \int_{-Z/2}^{Z/2} u_{\text{Ref}}(\zeta) \cdot u_{\text{Obj}}(\zeta + s) d\zeta \quad (2.5)$$

und den Intensitäten  $I_{\text{Ref}}$ ,  $I_{\text{Obj}}$  für Referenz- bzw. Objektwelle, die sich beim Abschalten der jeweils anderen Welle ergeben würden.

Abgesehen von einem Offset und einer linearen Transformation der Ortskoordinate ist das Interferogramm (2.4) identisch mit der Kreuzkorrelationsfunktion (2.5). Somit haben wir die übliche Darstellung des Interferogramms mittels Autokorrelationsfunktion der Referenzwelle erweitert, indem wir unterschiedlich geförmte Wellenpakete und damit unterschiedliche Dispersion der Teilwellen vor ihrer Überlagerung zulassen. Unten wird dies auf den Fall variabler Reflexionseigenschaften der Objektoberfläche angewandt.

Die Kreuzkorrelationsfunktion (2.5) wird im Folgenden als „Korrelogramm“ bezeichnet. Sie ist nicht mit dem Interferogramm identisch, enthält aber die wesentlichen Aspekte für die theoretische Behandlung des Interferogramms. Daher steht nun die Untersuchung des Korrelogramms im Vordergrund, ohne stets die Verwandtschaft zum Interferogramm zu betonen.

## 2.2 Einfluss der Licht-Material-Wechselwirkungen

Die Wechselwirkung des Lichts mit Referenz- und Objektfläche führt im Allgemeinen zu einer wellenlängenabhängigen Änderung von Amplitude und Phase (Dispersion), was sich in einer Verformung des Wellenpakets bei der Reflexion äußert. Im günstigsten Fall sind die optischen Eigenschaften beider Flächen gleich, so dass letztlich wieder gleich geformte Wellenpakete interferieren. Im Allgemeinen ist jedoch die Wellenlängenabhängigkeit zu berücksichtigen, was nur im Fourier-Raum der Wellenpakete sinnvoll ist. Hierzu definiert man den Quotienten

$$\rho(\mu) := \frac{\mathbf{F}u_{\text{Obj}}(\mu)}{\mathbf{F}u_{\text{Ref}}(\mu)} \quad (2.6)$$

mit dem Fourier-Operator  $\mathbf{F}$  und der Ortsfrequenz  $\mu$ . Dass hier die Ortsfrequenz (Kehrwert der Wellenlänge) auftaucht, ist in unserer Schreibweise von  $u_{\text{Obj}}$  und  $u_{\text{Ref}}$  als ortsabhängige Funktionen begründet. Durch (2.6) werden unterschiedliche Materialeigenschaften von Objekt- und Referenzfläche pauschal berücksichtigt. Laut Fourier-Theorie besitzt die komplexwertige Funktion  $\rho$  die Eigenschaft

$$\forall \mu: \rho(-\mu) = \rho^*(\mu), \quad (2.7)$$

wobei  $*$  die komplexe Konjugation symbolisiert.

Die Fourier-Transformation von (2.5) ergibt unter Verwendung von (2.6)

$$\mathbf{F}K(\mu) = \mathbf{F}u_{\text{Obj}}(\mu) \cdot (\mathbf{F}u_{\text{Ref}}(\mu))^* = S(\mu) \cdot \rho(\mu) \quad (2.8)$$

mit dem Leistungsdichtespektrum der Referenzwelle

$$S(\mu) := |\mathbf{F}u_{\text{Ref}}(\mu)|^2. \quad (2.9)$$

Das Leistungsdichtespektrum entspricht dem, was man gewöhnlich unter „Strahlungsspektrum“ versteht, folgende Punkte sind jedoch zu beachten:

- $S$  ist auch für negative Frequenzen definiert ist. Die Eigenschaften der Fourier-Transformation erfordern die Geradheit von  $S$ , also  $S(-\mu) = S(\mu)$ .
- $S$  ist hier als Funktion des Kehrwertes der Wellenlänge geschrieben. Für das übliche Wellenlängenspektrum  $S_\lambda$  gilt  $S_\lambda(\lambda) = \lambda^{-2} \cdot S(1/\lambda)$ .
- $S$  ist dort zu messen, wo die Wellenpakete direkt auf den Bildsensor einwirken, also im Luftraum unmittelbar vor der Kamera. Wir bezeichnen daher  $S$  als „effektives Spektrum“.

Aus dem Lichtquellenspektrum, dem optischen Aufbau und den Materialeigenschaften des Objektes lassen sich  $S$  und  $\rho$  schätzen, und durch Fourier-Rücktransformation von (2.8) erhält man eine Schätzung des Korrelogramms. Einen tieferen Einblick gewinnt man jedoch durch die folgende modifizierte Darstellung.

Zunächst wird das Spektrum  $S$  auf seine Schwerpunkt-Ortsfrequenz

$$\mu_0 := \frac{\int_0^\infty \mu \cdot S(\mu) \, d\mu}{\int_0^\infty S(\mu) \, d\mu} \quad (2.10)$$

zentriert, wie in Abb. 2 beispielhaft gezeigt. Aus dem zentrierten Spektrum  $S_0$  ergibt sich das volle Spektrum gemäß

$$S(\mu) = S_0(\mu - \mu_0) + S_0(-\mu + \mu_0). \quad (2.11)$$

Weiter wird eine Hilfsfunktion  $T$ , definiert durch

$$T(\mu) := S_0(\mu) \cdot \rho(\mu + \mu_0), \quad (2.12)$$

eingeführt. Durch Anwenden von (2.11) und (2.12) bei der Rücktransformation von (2.8) erhält man unter Vernachlässigung eines konstanten Faktors

$$K(s) = \cos(2 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot s + \arg(\mathbf{F}^{-1}T(s))) \cdot |\mathbf{F}^{-1}T(s)|, \quad (2.13)$$

wobei  $\arg(x)$  das komplexe Argument („Phase“) von  $x$  bedeutet. Diese Gleichung beschreibt die Zerlegung des Korrelogramms in eine Hüllkurve und eine Trägerschwingung mit der Ortsfrequenz  $\mu_0$  und der variablen Phase

$$\phi(s) = -\arg(\mathbf{F}^{-1}T(s)). \quad (2.14)$$

Folgende Größen sind zur Charakterisierung eines Korrelogramms (2.13) geeignet:

- **Anfangsphasenlänge:**

$$\phi_0 := \frac{\phi(0)}{4 \cdot \pi \cdot \mu_0}. \quad (2.15)$$

Hier ist die Anfangsphase der Trägerschwingung auf die äquivalente Objektverschiebung ( $h$ -Koordinate) umgerechnet, vgl. (2.4). Bei einer reinen Phasenauswertung des Interferogramms wäre dies der zu erwartende Profilhöhen-Messfehler.

- **Relative Frequenzverschiebung:**

$$\Delta\mu_{\text{rel}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \mu_0} \cdot \left. \frac{d\phi}{ds} \right|_{s=0}. \quad (2.16)$$

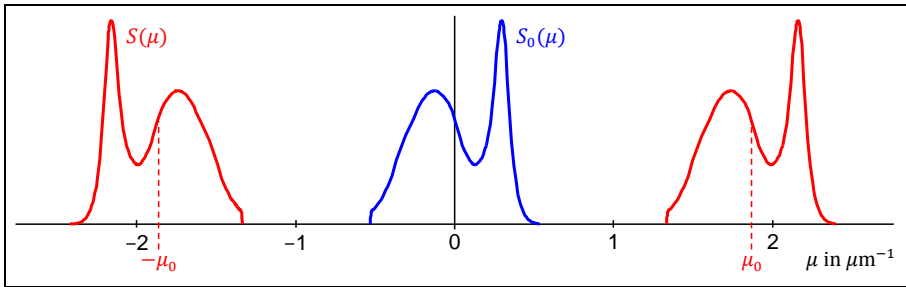
Die variable Phase (2.14) verursacht im Allgemeinen eine Frequenzmodulation der Trägerschwingung. Im Nullpunkt bewirkt sie eine relative Frequenz- und Wellenlängenverschiebung nach obiger Formel.

- **Hüllkurvenverschiebung:**

$$\Delta h_H = \frac{1}{2} \cdot \arg \max_s (\mathbf{F}^{-1}T(s)). \quad (2.17)$$

Dies ist die Lage des Hüllkurvenmaximums von (2.13), umgerechnet auf die Objektverschiebung. Es ist der zu erwartende Profilhöhen-Messfehler bei einer reinen Hüllkurvenauswertung des Interferogramms.

Wenn Objekt- und Referenzfläche gleiche Reflexionseigenschaften haben, also  $\rho \equiv 1$  ist, nehmen alle drei Kriterien den Wert 0 an. Dabei ist entscheidend, dass die Schwerpunkt-Ortsfrequenz gemäß (2.10) festgelegt wird.



**Abb. 2.** Volles Spektrum (rot) und zugehöriges zentriertes Spektrum (blau) am Beispiel einer Weißlicht-LED (Schwerpunktwellenlänge  $1/\mu_0 = 536 \text{ nm}$ )

### 3 Ergebnisse zu Licht-Material-Wechselwirkungen

Zur Simulation von Korrelogrammen gemäß (2.13) nehmen wir an, dass sich die Referenzfläche wie ein dispersionsfreies Dielektrikum verhält, also das Wellenpaket bei der Reflexion nicht verformt. Dann ist  $\rho$  als Amplituden-Reflexionsfaktor der Objektfläche zu interpretieren. Für nicht zu große Einfallswinkel hängt dieser Faktor in guter Näherung wie folgt mit der komplexen Brechzahl  $n$  des reflektierenden Materials zusammen<sup>1</sup>:

$$\rho(\mu) = \frac{n(\mu) - 1}{n(\mu) + 1}. \quad (3.1)$$

Die Wellenlängen- bzw. Ortsfrequenzabhängigkeit der Brechzahl ist nicht zu vernachlässigen. Sie ist, wie die Rechnungen zeigen, Ursache für messbare Verformungen des Korrelogramms.

Die Datenbasis für die Simulation ist in den nächsten beiden Abbildungen dargestellt. Es wurde mit den Objektmaterialien Kupfer und Gold gerechnet, Abb. 3 zeigt die komplexen Brechzahlen als Funktion der Wellenlänge gemäß [6]. Das effektive Spektrum wurde multiplikativ aus einem Temperaturstrahler von 3200 K (Halogenlampe) und der spektralen Empfindlichkeit der CCD-Matrix Kodak KAF-10010CE zusammengesetzt<sup>2</sup>. Da es sich um einen Farbsensor mit Bayer-Maske handelt, ergaben sich drei effektive Spektren, siehe Abb. 4.

Die Ergebnisse der Korrelogramm-Simulation sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Für beide Objektmaterialien und jeden Farbkanal sind die Werte der Kriterien (2.15) bis (2.17) angegeben. Es ergeben sich beträchtliche Höhenmessfehler sowohl nach dem Phasen- als auch dem Hüllkurvenkriterium. Phasen- und Hüllkurvenverschiebung sind verschieden, ein Zusammenhang ist nicht ersichtlich. Abb. 5 zeigt beispielhaft das Korrelogramm für ein dielektrisches Objekt und ein Objekt aus Gold. Neben Phasen- und Hüllkurvenverschiebung sind eine asymmetrische Deformation der Hüllkurve und eine asymmetrische Frequenzänderung der Träger-schwingung erkennbar. Die Abszisse ist in Werten der Objektverschiebung ( $h$ -Koordinate) skaliert.

<sup>1</sup> Oft als „Fresnelsche Gleichungen für senkrechten Einfall“ bezeichnet, z. B. in [3].

<sup>2</sup> Der Datensatz liegt den Autoren vor. Zuverlässige öffentliche Quellen sind nicht mehr auffindbar.

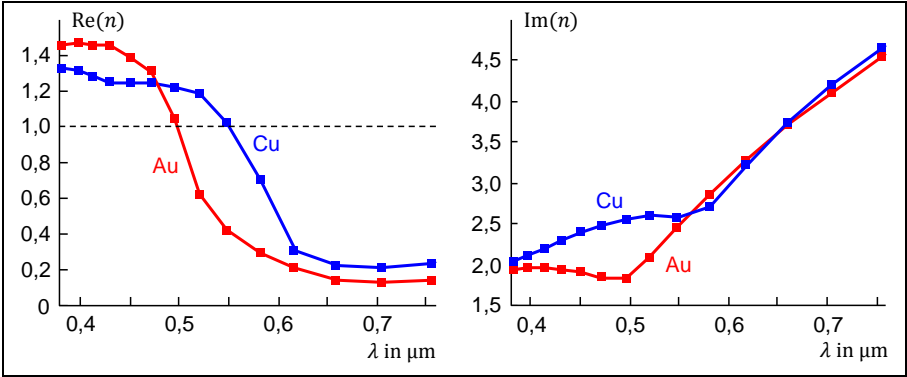


Abb. 3. Links Realteil, rechts Imaginärteil der Brechzahlen von Kupfer und Gold

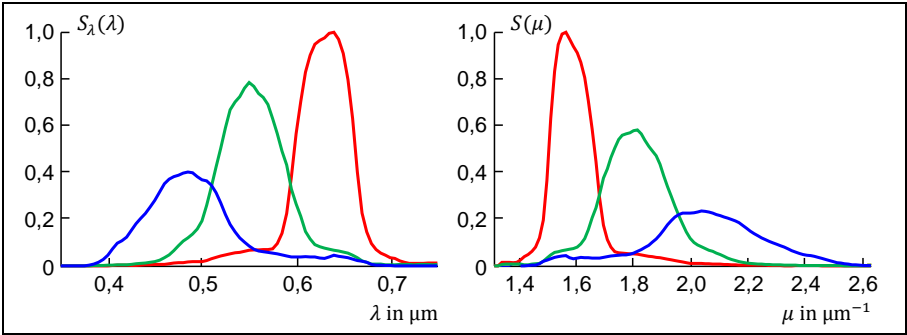


Abb. 4. Effektive Spektren für die Korrelogramm-Berechnung. Produkt der spektralen Empfindlichkeiten einer CCD-Farbmatrix und einer Halogenlampe. Links die Wellenlängenspektren, rechts die äquivalenten Ortsfrequenzspektren.

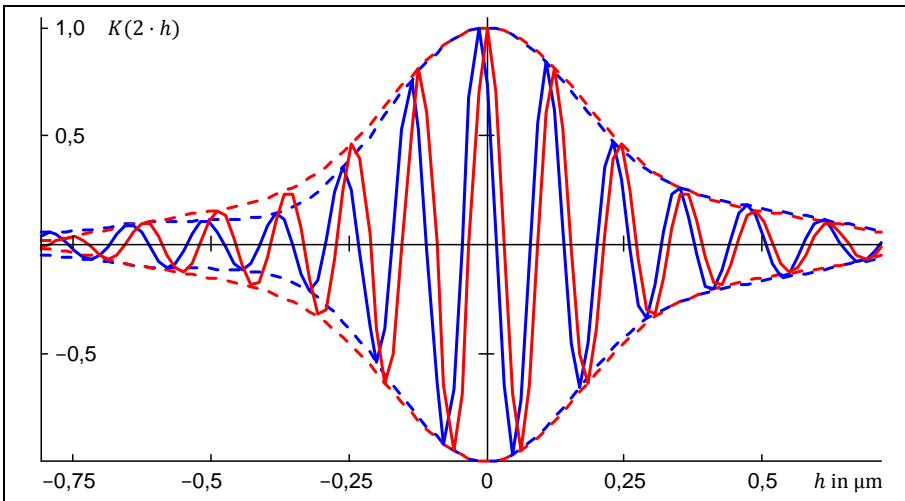
Objekt-Material	Gold			Kupfer		
	$\phi_0$ in nm	$\Delta\mu_{rel}$ in %	$\Delta h_H$ in nm	$\phi_0$ in nm	$\Delta\mu_{rel}$ in %	$\Delta h_H$ in nm
roter Kanal	-28,8	0,286	-47,6	-28,6	0,325	-32,4
grüner Kanal	-31,9	0,667	-44,0	-28,2	0,454	-5,0
blauer Kanal	-28,8	1,352	-3,1	-24,7	0,671	-6,9

Tabelle 1. Ergebnisse der Korrelogramm-Simulation

Der Einsatz einer Farbkamera zur Weißlicht-Interferometrie ist ungewöhnlich. Erste Versuche haben gezeigt, dass tatsächlich signifikant unterschiedliche Interferogramme auf den Pixeln einer Bayer-Zelle sowie systematische Messabweichungen entstehen. Eine Quantifizierung soll anhand der dargestellten Theorie erfolgen. Es



wird angestrebt, durch Verrechnung der Interferogramme verschiedener Farbkanäle die Messgenauigkeit zu erhöhen und bestimmte Fehlereinflüsse zu verringern.



**Abb. 5.** Berechnetes Korrelogramm für den blauen Kanal mit einem dielektrischen Objekt (rote Kurve) bzw. einem Objekt aus Gold (blaue Kurve).

#### 4 Parameterfreie musterbasierte Filter zur Interferogramm-Auswertung

An der GBS mbH wurden praktische Erfahrungen mit dem sogenannten „Template Matching“ zur Lokalisation von Interferogrammen gesammelt. Der Kern dieses Verfahrens besteht darin, ein gemessenes und ein ideales Interferogramm zu korrelieren. Der Ort des Korrelationsmaximums ist eine Approximation für die Lage des gemessenen Interferogramms innerhalb des Bildstapels und gibt die Profilhöhe des abgebildeten Objektpunktes an.

Das gemessene Interferogramm lässt sich unter idealisierten Annahmen wie folgt in mittelwertfreier Form schreiben, vgl. (2.4):

$$M(h) = P(h - h_0) \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot h - \psi) \quad (4.1)$$

mit der Anfangsphase  $\psi$ , der Trägerfrequenz  $\mu_0$ , der Lage  $h_0$  im Bildstapel und der Hüllkurvenfunktion  $P$ . Von diesen Größen werden lediglich  $\mu_0$  und  $P$  als bekannt vorausgesetzt; gesucht ist  $h_0$ . Als Template  $T$  dient die zentrierte Version dieser Funktion, wobei die Anfangsphase  $\phi$  zunächst variabel gehalten wird:

$$T(h, \phi) := P(h) \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot h - \phi) \quad (4.2)$$

Für die Kreuzkorrelationsfunktion  $C$  von  $T$  und  $M$  lässt sich mittels Fourier-Theorie folgender Ausdruck herleiten:

$$C(h, \phi) = \frac{1}{2} \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot h + \phi - \psi) \cdot \text{AKP}(h - h_0), \quad (4.3)$$

wobei AKP die Autokorrelationsfunktion der Hüllkurve  $P$  bedeutet.

In [5] wird gezeigt, wie man aus diesem Ansatz die Amplitudenfunktion

$$a(h) := \text{AKP}(h - h_0) \quad (4.4)$$

ermitteln kann. Dabei wird der Ansatz sogar um einen von  $h$  abhängigen Offset erweitert, um additives Rauschen pauschal zu berücksichtigen. Es sind drei Kreuzkorrelationen mit je einem Template der Anfangsphase  $-\pi/2$ ,  $0$  und  $+\pi/2$  zu berechnen. In numerischer Form liegen dann folgende Funktionen vor:

$$c_1(h) := C(h, -\pi/2), \quad c_2(h) := C(h, 0), \quad c_3(h) := C(h, \pi/2). \quad (4.5)$$

Das Ergebnis für die Amplitudenfunktion lautet:

$$a(h) = \sqrt{\frac{c_1^2(h) + c_3^2(h)}{2} + c_2(h) \cdot (c_2(h) - c_1(h) - c_3(h))}. \quad (4.6)$$

Es handelt sich im Grunde um die Softwarevariante eines Phasenschiebeprozessors, wie es häufig auch für die Weißlicht-Interferometrie empfohlen wird, siehe [2].

Das Maximum der Funktion (4.6) liegt an gleicher Stelle wie das Maximum der Hüllkurve des gemessenen Interferogramms, nämlich bei  $h_0$ . Über die Berechnungsvorschrift

$$h_0 := \arg \max_h a^2(h) \quad (4.7)$$

hat man schließlich das gemessene Interferogramm lokalisiert. Um  $h_0$  mit der erforderlichen Genauigkeit zu erhalten, muss die diskret vorliegende Funktion  $a(h)$  interpoliert oder stetig approximiert werden.

Ein Nachteil des Verfahrens besteht darin, dass die Hüllkurvenfunktion bekannt sein muss. Gewöhnlich approximiert man sie durch eine zentrierte Gaußsche Verteilungsfunktion, deren einziger Parameter  $\sigma$  aus den gemessenen Interferogrammen oder der Kohärenzlänge des Strahlungsspektrums geschätzt wird. Wir haben dieses Vorgehen durch eine punktweise Schätzung des Templates aus den Messdaten ersetzt, woraus eine empirische Hüllkurve durch Fourier-Analyse ermittelt wird. Hierzu werden die Interferogramme einer Vielzahl von Pixeln statistisch gemittelt. Die Vorgabe einer Approximationsfunktion ist nicht erforderlich, das Schätzverfahren arbeitet parameterfrei. Aus geschätzter Hüllkurve und Träger-schwingung wird das Template in drei Varianten gemäß (4.5) konstruiert. Nach Korrelation und Anwenden von (4.6) erhält man die Amplitudenfunktion in diskreter Form. Das Maximum der Amplitudenfunktion wird derzeit mittels Approximation durch eine Gaußsche Verteilungsfunktion berechnet.

Voraussetzung ist, dass die optischen Eigenschaften der Objektfläche auf dem analysierten Bereich konstant sind. Oft befindet sich jedoch auf der Messfläche eine Struktur, bei der verschiedene Materialien aneinander grenzen. Dann ist es ratsam, für jeden dieser Bereiche ein eigenes Template zu schätzen.

Das parameterfreie „Template Matching“ befindet sich noch in der Entwicklung. Erste Ergebnisse auf homogenen Objektbereichen sind vielversprechend und übertreffen oft die Messgenauigkeit des herkömmlichen Verfahrens mit Gaußscher Hüllkurve. Gegenwärtig untersuchen wir, wie tolerant sich das Verfahren bei fehlerhafter Template-Schätzung verhält. Dies ist für inhomogene Objektflächen von

Interesse, wenn versehentlich mit einem Template für das „falsche“ Oberflächenmaterial gerechnet wird. Den zu erwartenden Messfehler haben wir aus simulierten Daten für Template und Messwerte beispielhaft ermittelt.

Als Template wurde das theoretische Interferogramm für ein dispersionsfreies, dielektrisches Objekt verwendet, und als Messwerte dienten die theoretischen Interferogramme für Objektflächen aus Gold und Kupfer. Abb. 5 zeigt eine solche Kombination aus Template und simulierten Messdaten. Die Rechnungen wurden mit je einem Template für die spektralen Kanäle gemäß Abb. 4 durchgeführt. Tabelle 2 zeigt die ermittelten Profilhöhenmessfehler.

Objektmaterial	Messfehler für Kanal		
	Rot	grün	blau
Gold	-63,7 nm	-67,4 nm	30,1 nm
Kupfer	-61,9 nm	11,5 nm	-4,89 nm

**Tabelle 2.** Simulierte Profilhöhenmessfehler beim „Template Matching“ mit fehlerhaftem Muster-Korrelogramm

Die Ergebnisse stimmen in der Größenordnung mit den Werten  $\Delta h_H$  in Tabelle 1 überein, unterschieden sich aber im Detail deutlich in den Absolutwerten und teilweise im Vorzeichen. Das Auswerteverfahren reagiert offenbar sehr empfindlich auf ein fehlerhaftes Template. Wir vermuten die Hauptursache in der Unsymmetrie der Hüllkurve der simulierten Messwerte. Dadurch weicht die Amplitudenfunktion (4.4) deutlich von einer Gaußkurve ab, und die Approximation durch eine Gaußkurve ist unzureichend. Daher sollen zukünftig lokale Approximations- und Interpolationsmethoden für die Amplitudenfunktion untersucht werden.

## 5 Einschätzung

Bisherige theoretische Untersuchungen zur Weißlicht-Interferometrie haben sich kaum mit optischen Unterschieden der beiden Teilstrahlengänge beschäftigt. Die vorliegende Arbeit hat dies zum großen Teil nachgeholt. Aus konsequent physikalischer Sicht wurde eine praxistaugliche Formel für das Interferogramm hergeleitet, siehe (2.13). Die Formel wurde für unterschiedliche Reflexionseigenschaften von Objekt- und Referenzfläche spezifiziert und für konkrete Objektmaterialien bei idealisierter Referenzfläche angewandt.

Nach verschiedenen Kriterien wurden die zu erwartenden Messfehler der Profilhöhe berechnet. Zunächst wurden Phasen- und Hüllkurvenabweichungen theoretisch exakt ermittelt (Tabelle 1), was aufgrund der formalen Trennung von Trägerschwingung und Hüllkurve möglich war. In der Praxis liegt jedoch das Interferogramm als Einheit vor, Trägerschwingung und Hüllkurve werden höchstens implizit vom Auswerteverfahren geschätzt. Es erschien daher angebracht, einen konkreten Auswertalgorithmus auf die theoretischen Interferogramme anzuwenden. Die damit simulierten Messfehler sollten den realen Bedingungen besser entsprechen als bei der vorher genannten Methode. Aufgrund praktischer Erfahrungen haben wir das Verfahren der musterbasierten Filter („Template Matching“) gewählt, auch um

die neue parameterfreie Variante einem Test zu unterziehen. Die simulierten Profilhöhen-Messfehler laut Tabelle 2 entsprechen in der Größenordnung den Erwartungen, deuten aber bei detaillierter Analyse auf Mängel des Auswerteverfahrens hin.

Die vorliegende Arbeit liefert einen Beitrag zur Korrektur systematischer Messfehler in der Weißlicht-Interferometrie. Es ist vorgesehen, die Ergebnisse bei konkreten Messaufgaben praktisch umzusetzen.

## Literatur

1. M. Born und E. Wolf, Principles of Optics, 6. Hrsg., Oxford: Pergamon Press, 1980.
2. P. Hariharan, Optical Interferometry, San Diego: Academic Press, 2003.
3. E. Hecht, Optik, München: Oldenbourg Verlag, 2009.
4. M. Hißmann, Bayesian Estimation for White Light Interferometry (Dissertation), Universität Heidelberg, 2006.
5. T. Seifert, Verfahren zur schnellen Signalaufnahme in der Weißlichtinterferometrie (Dissertation), Universität Erlangen, 2005.
6. P. B. Johnson und R. W. Christy, „Optical Constants of the Noble Metals,“ Phys. Rev. B, Bd. 6, p. 4370–4379, 1972.