

VERFAHREN ZUR BEARBEITUNG VON 3D-DATEN

Karl-Heinz Franke^{1,2}, Frank Gaßmann¹, Dietmar Kollhoff¹, Torsten Machleidt¹

¹ Zentrum für Bild- und Signalverarbeitung e.V.

Langewiesener Str. 16, 98693 Ilmenau

Telefon (03677) 663265, Fax. (03677) 663269

² TU Ilmenau, Fakultät für Informatik und Automatisierung

Fachgebiet Graphische Datenverarbeitung

PF 565, 98684 Ilmenau

Telefon (03677) 691205, Fax. (03677) 663269

1 Einleitung

Entscheidend für den umfassenden Erfolg der optischen 3D-Meßtechnik sind geschlossene Lösungen mit hoher Leistungsfähigkeit, die von der Signalisierung und Abtastung der Oberflächen über die Extraktion von Punktwolken bis zur geforderten Qualitätsbewertung, zum komplexen Meßergebnis oder zum Produkt (rapid prototyping) reichen. Die Digitalisierung kann dabei entweder mechanisch mit einem Tastsystem oder optisch mit Laserscan-, Fotogrammetrie-, Phasenshift- oder anderen optischen Verfahren erfolgen. Nach der Digitalisierung eines Werkstückes sind folgende Arbeitsschritte bis zum CAD-Flächenmodell möglich bzw. erforderlich:

- Einlesen der Abtastdaten ins System (Beherrschung großer Datenmengen notwendig)
- **Vorverarbeitung** der Abtastdaten (Reduktion, Glättung, Interpolation, Approximation, Ausreißerbeseitigung)
- **Flächenrückführung** (Segmentierung der Abtastdaten, Approximation durch krümmungsstetige Flächen)
- **Feedback** (Prozeß-, Meßsystemsteuerung)
- Übergabe der Flächendaten an das CAD-System

In den folgenden Kapiteln sollen die Problemfelder „Vorverarbeitung von Abtastdaten“ und „Flächenrückführung“ näher betrachtet werden. Ausgehend von praktischen Erfordernissen werden die Anforderungen an Verfahren, eine Systematik bekannter Verfahren und spezifische Lösungsansätze dargestellt. Auf Details der Verfahren kann hier nicht eingegangen werden, hierzu sei auf die zitierte Literatur verwiesen. Ein Bezug zur Bildverarbeitung ergibt sich dadurch, daß Verbesserungsverfahren insbesondere bei der optischen Formerfassung erforderlich werden und ein Grundwissen über den Prozeß der Bilddatengewinnung und -auswertung für die optimale Integration von Optimierungsverfahren in ein Gesamtsystem Voraussetzung ist.

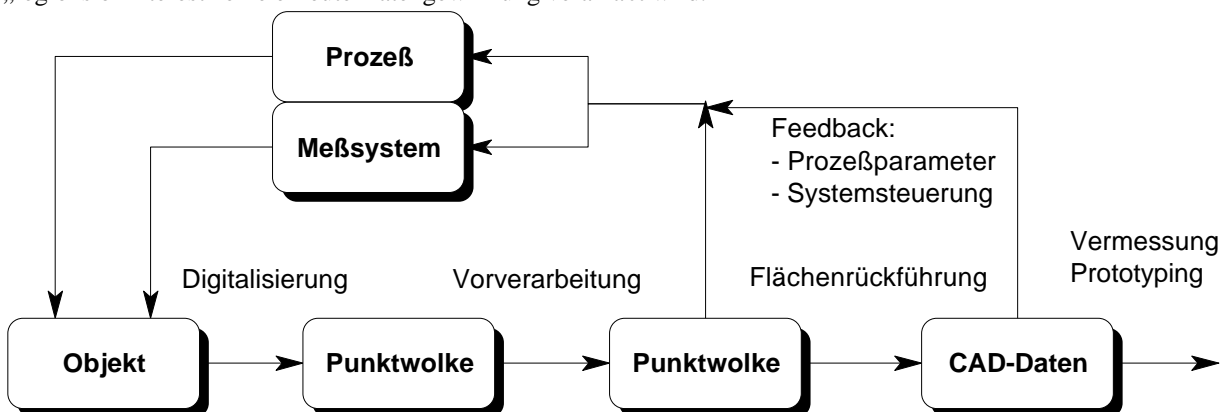
2 Problemstellungen bei der Verarbeitung von 3D-Daten

Die praktischen Anforderungen für die Weiterverarbeitung von 3D-Daten ergeben sich einerseits aus den Eigenschaften der Rohpunktwolken, die vom Digitalisierverfahren abhängig sind, und andererseits aus dem Anliegen der 3D-Formerfassung selbst. Ein Überblick über die Verarbeitungsetappen wird in der nachstehenden Grafik gegeben.

Die Verfahren für die Digitalisierung von Werkstücken liefern umfangreiche Datenmengen in der Größenordnung von bis zu mehreren Millionen Punkten. In Abhängigkeit von dem eingesetzten Verfahren liegen die Meßdaten entweder strukturiert (taktile Meßsysteme), teilstrukturiert (Laserscanner, Verfahren mit strukturierter Beleuchtung) oder unstrukturiert (photogrammetrische Bildauswertung) vor. Die Rohpunktwolken weisen solche Eigenschaften wie Positionsrauschen, Häufungspunkte, Ausfälle, Überschwinger und Ausreißer auf. Als besonders problematisch für die weitere Verarbeitung erweisen sich Datensätze, in denen die Punkte in keinem festen Grundraster angeordnet sind und die eine unregelmäßige Dichte der Punkte aufweisen.

Den Hauptverwendungszweck der digitalen Daten stellt die Weiterverarbeitung im CAD-System dar. Hierzu zählen die Archivierung von Modellen in digitaler Form (reverse engineering), die Skalierung und Volumenberechnung von Modellen, die konstruktive Überarbeitung (Ergänzung von Montageelementen) sowie in der Qualitätssicherung der Soll-Ist-Vergleich von physischem Modell und CAD-Modell. Daneben gibt es spezielle Aufgabenstellungen, bei denen kein CAD-Modell erforderlich ist. Dazu gehören die Prozeßsteuerung (Verschleißkontrolle), die Steuerung der Meßwerterfassung selbst, FEM-Berechnungen und die Fräsbahnengenerierung.

Verfahren zur Verbesserung von 3D-Daten sollten einerseits universell einsetzbar sein und andererseits die Spezifika der Punktgewinnungsverfahren berücksichtigen. Weitere Forderungen bestehen in einer möglichst kurzen Rechenzeit und in einer flexiblen Nutzerführung von einer stark interaktiven Parametereinstellung bis hin zur automatischen Datenbearbeitung. Eine perspektivisch anzustrebende Fähigkeit stellt die Rückkopplung der Datenverbesserung auf die Datengewinnung dar, indem in Gebieten mit Ausfällen, niedriger Punktdichte, hoher Objektkrümmung sowie objektspezifischen „regions of interest“ eine erneute Datengewinnung veranlaßt wird.



Im folgenden wird zwischen zwei Arten von Punktwolken unterschieden, den Höhendaten und den „echten“ 3D-Daten. Höhendaten sind dadurch gekennzeichnet, daß eine Eindeutigkeit bezüglich einer Bezugsebene existiert, d.h. $z_i = f(x_i, y_i)$. Höhendaten bieten viele Vorteile für Berechnungen, so können z.B. Algorithmen aus der Bildverarbeitung auf die Datenvorverarbeitung übertragen werden. Mit dem Begriff „echte“ 3D-Daten wird der allgemeine Fall bezeichnet, bei dem keine Beschränkung bezüglich der Datenverteilung existiert. Mit 3D-Daten kann ein Körper allseitig beschrieben werden.

3 Verfahren zur Vorverarbeitung von Punktwolken

Das Ziel von Verfahren zur Vorverarbeitung von Digitalisierdaten ist einerseits eine Veränderung unerwünschter, meist meßverfahrensspezifischer Eigenschaften der Punktwolken, andererseits bestehen in der Regel hinsichtlich der weiteren Verarbeitungsschritte spezielle Anforderungen an diese. Der Input von Vorverarbeitungsverfahren sind die vom Digitalisierer gelieferten Rohpunktwolken. Das Verarbeitungsergebnis ist wiederum eine Punktwolke.

Eine Systematisierung der Verfahren kann bzgl. des Anliegens der Verarbeitung, aber auch nach der Art der angewandten Methoden erfolgen. Im einzelnen sind hier folgende Teilaufgaben zu lösen:

- Beseitigung von Ausreißern
- Glättung / Rauschminderung
- Ergänzung von fehlenden Daten
- Regularisierung
- Minderung oder Beseitigung von Redundanz
- Kompensieren des Tasterradius (nur bei mechanischen Tastern)
- Kombination von Tastefeldern bzw. Teilansichten (Zuordnung, Überdeckung, Ausrichtung optimieren).

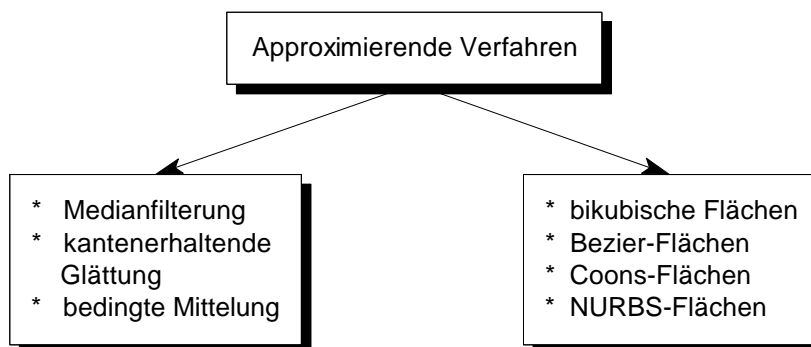
Abgesehen von speziellen Algorithmen, wie sie bei der Bearbeitung der beiden in der obigen Aufzählung letztgenannten Problemstellungen zur Anwendung kommen, unterscheidet man hinsichtlich des Wesens der eingesetzten Methoden zwischen **interpolierenden** und **approximierenden** Methoden. Die einzelnen Algorithmen wiederum lassen sich nach den Kriterien Anwendbarkeit (Verteilung der Punkte im 3D-Raum: Höhendaten oder echte 3D-Daten) und Lokalität des Verfahrens (globale oder lokale Methoden) weiter spezifizieren. Bei globalen Methoden hängt jedes Teilergebnis eines Algorithmus von allen gegebenen Datenpunkten ab (lange Rechenzeiten), bei lokalen Methoden hängt das Ergebnis nur von den Punkten der lokalen Umgebung ab. Problematisch bei den lokalen Methoden, welche jeweils auf den durch eine Unterteilung der Punktwolke entstehenden Teilpunktwolken arbeiten, ist die Randbehandlung an den Stoßstellen der Teilpunktwolken (stetige Übergänge erwünscht). Die Stetigkeitsprobleme entfallen, wenn die lokalen Methoden gleitend auf sich überlappende Teilpunktwolken angewandt werden.

Im folgenden einige Anmerkungen zu den einzelnen Teilaufgaben: Zur Detektion von durch grobe Meßfehler verursachten Ausreißern werden üblicherweise schwellwertbasierte Verfahren (Abstände zwischen den Punkten selbst oder zwischen Punkt und approximierender Teilfläche) eingesetzt, insofern diese nicht innerhalb des Digitalisierverfahrens selbst

(z.B. anhand des RMS beim photogrammetrischen Vorwärtsschnitt) gefunden werden können. Zur Datenglättung bzw. Rauschminderung kommen approximierende Verfahren zum Einsatz. Eine Ergänzung fehlender Daten bzw. eine Datenregularisierung, wie sie beispielsweise bei Verfahren mit optischer Punktesignalisierung an stark reflektierenden Stellen der Objekt Oberfläche oder aufgrund eines ungünstigen Winkels zur Signalisierungsquelle an Stellen starker Steigung notwendig wird, kann durch Interpolationsverfahren erfolgen. Kriterien für eine gleichmäßige Abtastung im Rahmen einer Regularisierung können zum einen die Regelmäßigkeit bezüglich eines Rasters in einer Bezugsebene (nur bei Tiefendaten) und zum anderen eine ähnliche geodätische Distanz benachbarter Oberflächenpunkte sein. Es ist offensichtlich, daß bei echten 3D-Daten kein regelmäßiges Grundraster eingehalten werden kann. Eine gesonderte Behandlung des Flächenrandes ist dann erforderlich, wenn es sich nicht um ein geschlossenes Volumina handelt. Sowohl bei Interpolations- als auch bei Approximationsverfahren kann durch die notwendige Vorgabe der Abtaststellen die Lage der neuen 3D-Punkte bzw. die Punktdichte (Redundanzminderung) bewußt gesteuert werden. Bei der Verfahrensauswahl sollte neben meßverfahrensspezifischen Eigenschaften gegebenenfalls die Art und Qualität der digitalisierten Objekt Oberflächen (Rauigkeit, Objektkanten) berücksichtigt werden.

3.1 Approximationsverfahren

In der nachstehenden Abbildung wird der Versuch unternommen, ohne einen Anspruch auf Vollständigkeit eine Systematik approximierender Verfahren anzugeben. Die im linken Teil der Grafik angeführten Verfahren gehören dem Bereich der Bildverarbeitung an und sind nur auf in einem regelmäßigen Raster angeordnete Höhendaten anwendbar. Die Verfahren im rechten Teil entstammen der Computergrafik (surface modeling). Sie bilden eine wesentliche Grundlage der im CAD üblichen Definition von Freiformflächen und ebenso der in Kapitel 4.2 besprochenen Flächenrückführung und werden deshalb erst dort näher behandelt. Neben der Glättung von 3D-Punktewolken durch die Neuabtastung von definiert zusammengesetzten Freiformflächen (z.B. gemeinsame Randkurven) kann eine Datenglättung auch durch eine gleitende Approximation mit dem gewählten parametrischen Ansatz erfolgen.

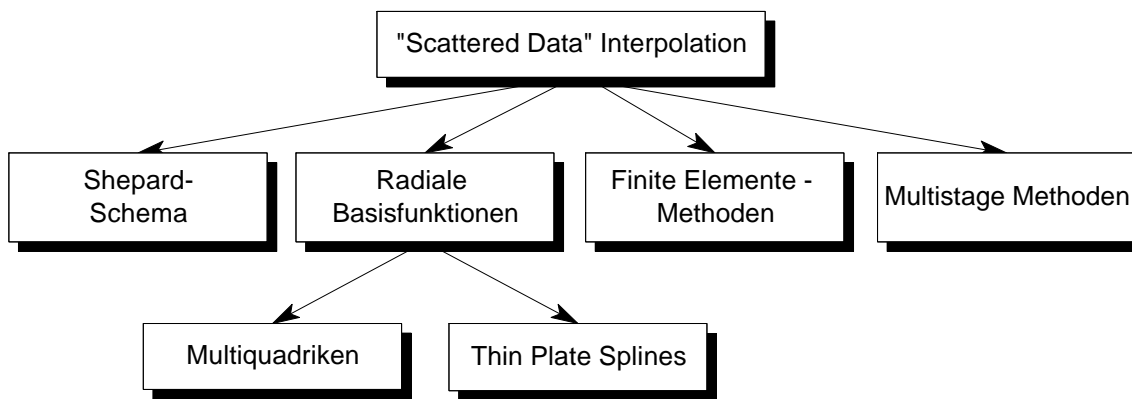


Bei der Medianfilterung handelt es sich um ein nichtlineares Verfahren, das aus der Bildverarbeitung stammt. Es werden alle Höhenwerte in einem Fenster um den aktuellen Punkt der Größe nach geordnet und der Wert des mittleren Punktes dem betrachteten Punkt zugeordnet. Medianfilter zeichnen sich durch ihre kantenerhaltende Eigenschaft und relativ kurze Rechenzeiten aus. Die kantenerhaltende Glättung (edge preserving smoothing) und die bedingte Mittelung (conditional averaging) beruhen beide auf dem Ansatz, daß die zur Mittelung herangezogenen Punkte aus der Umgebung bestimmte Bedingungen erfüllen müssen, damit in Kantenbereichen die Mittelung unterbleibt. Detailliertere Ausführungen zu diesen Verfahren sowie zu ihrer Weiterentwicklung können [Liu93] entnommen werden.

3.2 Interpolationsverfahren

Sind die Abtastdaten in einem regulären Gitter angeordnet, so ist eine Interpolation anhand der Randkurven des Gitterfeldes (in der Regel bikubische Splines) üblich. Für den allgemeinen Fall einer beliebigen Anordnung der Stützstellen sind jedoch die Methoden der sogenannten „Scattered Data“-Interpolation interessant. Deshalb soll im folgenden ausschließlich auf diese Verfahren eingegangen werden. Die nachstehende Abbildung gibt diesbezüglich einen Überblick.

Als problematisch bezüglich Lösungsqualität, Speicherplatz und Rechenzeit erweisen sich bei den globalen Methoden die auftretenden sehr großen, meist schlecht konditionierten Gleichungssysteme. Bei den lokalen Methoden wirken die Eingangsdaten nur in einem kleinen Einzugsbereich, so daß eine Umgebungsdefinition notwendig ist. Vorteile ergeben sich durch die Rechenzeiteinsparung bei der gleitenden Interpolation. In den meisten Fällen ist eine Kopplung globaler und lokaler Methoden möglich, außerdem können viele globale Methoden auch lokalisiert werden, um die Leistungsfähigkeit zu verbessern.



Shepard-Methode

Die Shepard-Methode [She68], [Bar77], [Fra82] beruht auf einem mit dem euklidischen Abstand gewichteten Mittel der Höhenwerte der Punkte. Möglich sind die verschiedensten Bewertungsfunktionen für den Abstand, wie z.B. die Stärke der Wichtung des euklidischen Abstandes, die Beeinflussung von Ableitungsunstetigkeitsstellen, Flachpunkten sowie die Glattheit allgemein. Nachteilig ist, daß die Methode für eine sehr große Anzahl von Stützstellen numerisch nicht mehr stabil ist. Mit einer Lokalisierung durch die Einführung einer lokalen Umgebung kann dieses Problem umgangen werden.

Methoden mit Radialen Basisfunktionen (RBF)

Die RBF basieren auf der Summe von Funktionswerten radialer Funktionen verknüpft mit Randbedingungen, welche in Form von Polynomen eingeführt werden. Diese Randbedingungen können in Analogie zur Physik als Gleichgewichtsbedingung (Summe aller Kräfte oder Momente gleich Null) interpretiert werden. Nachteilig ist, daß das entstehende Gleichungssystem ab ca. 200 Stützstellen schlecht konditioniert ist und daß der Speicherplatzbedarf sehr hoch ist. Hinsichtlich der Auswahl der radialen Funktionen sind die Ansätze mit Hardys Multiquadriken [Har71], [Kra88] und Thin Plate Splines [Dyn86], [Mei79] hier von Interesse.

Die Multiquadriken stellen ein Flächensummationsverfahren ohne Randbedingungen dar. Vorteilhaft ist, daß keine Ableitungsunstetigkeiten auftreten. Andererseits ist die Parametrisierung problematisch. Als Basisfunktionen dienen gebrochene Potenzfunktionen. Die Thin Plate Splines beruhen auf dem Modell der Minimierung der Biegeenergie einer dünnen Platte, die an den Stützstellen aufliegt. Es werden logarithmische Basisfunktionen verwendet unter der Nebenbedingung, daß die Stützstellen interpolieren, d.h. es erfolgt eine Minimierung des Gütefunktional.

FE-Methoden

Finite Elemente-Methoden [Bar84], [Fol87] verwenden eine Triangulation der Stützstellen. Es erfolgt eine Abschätzung von Ableitungsdaten, um stetige Übergänge zu erzeugen, und eine Interpolation in den Dreiecken.

Multistage Methoden

Da jede einfache Methode gewisse Nachteile aufweist, versucht man, durch das Hintereinanderschalten mehrerer Methoden die positiven Eigenschaften jeder einzelnen Methode zu nutzen [Bar84]. Am Ende der Punktwolkeninterpolation ist meist eine abschließende Korrekturoperation notwendig. Hierzu kann man z.B. die Delta-Summe einsetzen, bei der die Interpolationseigenschaften herkömmlicher Methoden und die definierten Übergangs- und Glätteigenschaften des Tensorproduktansatzes genutzt werden.

3.3 Andere Verfahren

Zur Vorverarbeitung sind weiterhin die Verfahren zur Verknüpfung von Ansichten und die stochastischen Filter zur Reduktion der Punktwolke [Mas94] zu zählen.

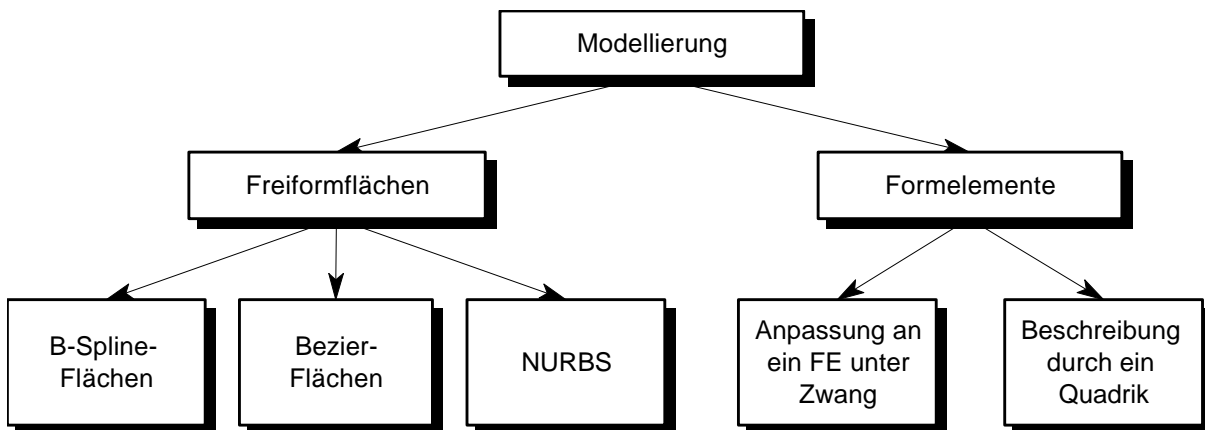
Zur Lösung einer konkreten Meßaufgabe (Ganzkörpervermessung, Erfassung von Details mit hoher Auflösung) ist meist eine Zerlegung des Objektes in Teilflächen und ihre separate sequentielle Vermessung notwendig. Die Präzision bei der nachfolgend erforderlichen Kombination von Teilansichten eines Bauteils hängt in erster Linie von der Qualität der Kalibrierung des Meßsystems ab. Durch Ungenauigkeiten bei der Positionsbestimmung der Abtastorte tritt ein dreidimensionaler Versatz zwischen den Teilansichten auf. Um den verbleibenden Restfehler an den Anschlußstellen zu verringern, muß eine Ausgleichsrechnung die Teilansichten im Verbund betrachten. Als Methode bietet sich hierfür z.B. das Matching der Positionen von markanten 3D-Strukturen in Überdeckungsgebieten an. Wie in [Faß95] dargestellt, ist

es weiterhin möglich, auf der Oberfläche aufgebrachte kontrastreiche Marken in Grauwertbildern zu erfassen, diese den 3D-Daten zu überlagern und mittels einer Ausgleichsrechnung auf der Basis der Markenorte die genauen Transformationsparameter für die Teilansichten zu bestimmen. Nach dem Ineinanderversetzen der Teilpunktwolken erfolgt eine Reduktion der Punktmenge in den Überdeckungsgebieten, um die Redundanz zu eliminieren.

Um ein schnelleres Modellieren zu ermöglichen, kann durch eine stochastische Reduktion von Punkten eine Verringerung der Zahl der 3D-Punkte vorgenommen werden [Mas94]. Bei der Reduktion wird die Krümmung der Punktmenge ausgewertet, so daß viele Punkte an Stellen geringer Krümmung und wenige Punkte an Stellen starker Krümmung entfernt werden. Bei dieser Art von Reduktion stellt sich jedoch die Frage, wie sie sich auf die Qualität einer späteren Segmentierung oder Modellierung auswirkt.

4 Flächenrückführung

Der Flächenaufbau teilt sich auf in die Modellierung von Freiformflächen und Regelgeometrien. Voraussetzung ist die Segmentierung der Punktmenge. In der Grafik wird eine Einteilung für die Modellierung von Flächen gegeben.



4.1 Segmentierung von Punktgruppen

Segmentierung heißt die Einteilung der 3D-Punktmenge in Unterpunktgruppen, welche sich gut durch Regelgeometrien oder Freiformflächen beschreiben lassen. Eine gute Segmentierung bedeutet eine einfachere und bessere Modellierung. Die vollautomatische Erzeugung von Polynomflächen aus der Punktmenge ist gegenwärtig noch nicht möglich. In vielen Fällen muß der Nutzer eine Segmentierung der Punktmenge in sinnvolle Regionen vornehmen; die Regionengrenzen dienen dann als Begrenzungen für den Flächenaufbau. Der aktuelle Stand kommerzieller Software ist durch Produkte wie SURFACER, POMOS und STRIM gekennzeichnet.

Ähnlich wie in der Bildanalyse und Mustererkennung befinden sich bei den automatischen Ansätzen sowohl die krümmungs- und als auch die flächenbasierte Segmentierung in der Untersuchung. Bei der krümmungs- oder kantenbasierten Segmentierung geht man davon aus, daß Formelemente durch Kanten mit hohen Krümmungsradien voneinander getrennt sind. Man sucht also zuerst die trennenden Konturen und versucht anschließend die Flächenstücke mit Formelementen zu beschreiben.

Die flächen- oder regionenbasierte Segmentierung verfolgt den umgekehrten Ansatz. Man versucht schrittweise kleine Flächenstücke zu einer Region zusammenzufassen, solange ein Homogenitätskriterium erfüllt wird. Das Homogenitätskriterium kann z.B. der Fehler zwischen einer glatten Approximationsfunktion und der Region sein. Bei Verletzung des Homogenitätskriteriums (Überschreitung einer Schwelle) beginnt man mit einer neuen Region. Auf diese Weise erhält man eine initiale Zerlegung der Punktmenge. Diese Zerlegung kann nun verbessert werden, indem Ausreißer zugeordnet werden und die Regionengrenzen geglättet werden. Bei diesem Ansatz die Abwägung zwischen einem kleinen Approximationsfehler und einer möglichst kleinen Regionenanzahl erforderlich. Weitere Erläuterungen zum Krümmungs-, Orientierungs-, Glattheitskriterium und zum Primitivextraktionsalgorithmus zur Regionendetektion in Tiefenbildern sind in [Liu93] zu finden. Das Verfahren der Modifizierten Hough-Transformation wird in [Led94] zur Suche von Bereichen, welche graphische Primitive enthalten, verwendet.

Zur qualitativen Kontrolle der Ergebnisse sollte ein hochwertiges Shading des Flächenaufbaus vorgenommen werden. Damit können auf einfache Weise Tangential- und Krümmungsfehler entdeckt werden. Durch farbliche Kodierung des Abstandes der Flächen zu den ursprünglichen Abtastpunkten kann ebenfalls die Qualität der erzeugten Flächen beurteilt werden. Eine Feinoptimierung des generierten CAD-Modells durch den Konstrukteur ist nach wie vor unerlässlich.

4.2 Freiformflächen

Freiformflächen werden zur Beschreibung von Designer-Modellen (Autokarosserien, Schuhe, Kunstwerke usw.) eingesetzt. Ihr Kennzeichen ist, daß die Oberfläche in alle Richtungen unterschiedlich gekrümmt ist.

B-Spline und Bezier-Flächen werden schon sehr lange zur Beschreibung von Punktwolken verwendet. Probleme treten bei Bezier-Flächen dritten Grades dadurch auf, daß die Übergänge zwischen benachbarten Flächen zwar stetig sind, die Flächen entlang gemeinsamer Randkurven jedoch keine gemeinsame Tangentialebene besitzen. Dies tritt als sichtbare Knicke in Erscheinung. Ein weiterer unangenehmer Effekt ist das Überschwingen von Splines in Kantennähe. Je nach Qualitätsforderungen sind jedoch tangential stetige oder sogar krümmungstetige Übergänge erforderlich.

Die NURBS-Flächen bilden eine Erweiterung und Verbesserung dieser Verfahren. Es werden zusätzlich Gewichte eingeführt, welche die Modifikationsmöglichkeiten der Kurven bzw. Flächen erweitern [Aum93]. Die Beschreibung von Flächen mittels NURBS ist die effektivste und kann als derzeitiger Stand der Entwicklung betrachtet werden.

4.3 Regelgeometrien

Technische Werkstücke können oft durch Regelgeometrien beschrieben werden. Der Vorteil dabei ist, daß ein einfacher Soll-Ist-Vergleich durchgeführt werden kann. Auch das Manipulieren von Regelgeometrien innerhalb des CAD-Systems ist einfacher.

Das Finden geeigneter Regelgeometrien kann einmal durch eine Anpassung an ein bestimmtes Formelement unter Zwang, d.h. über „best-fit“ wird das günstigste Formelement bestimmt, oder aber durch eine allgemeine Anpassung an eine Ebene bzw. ein Quadrik erfolgen. Bei einem Quadrik handelt es sich um eine implizite Fläche zweiten Grades:

$$q(\mathbf{a}, \mathbf{x}) = a_1x^2 + a_2y^2 + a_3z^2 + a_4xy + a_5xz + a_6yz + a_7x + a_8y + a_9z + a_{10} \quad (1)$$

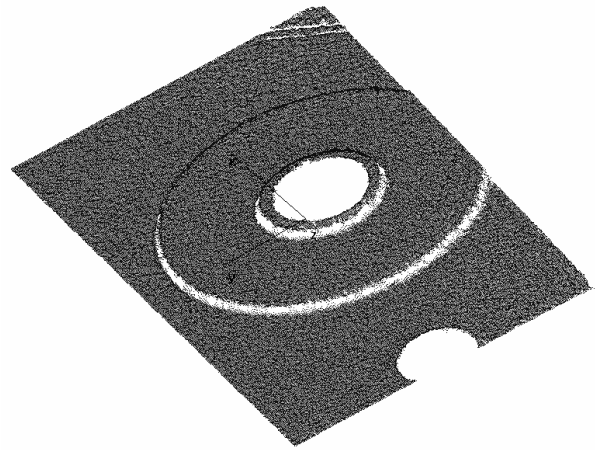
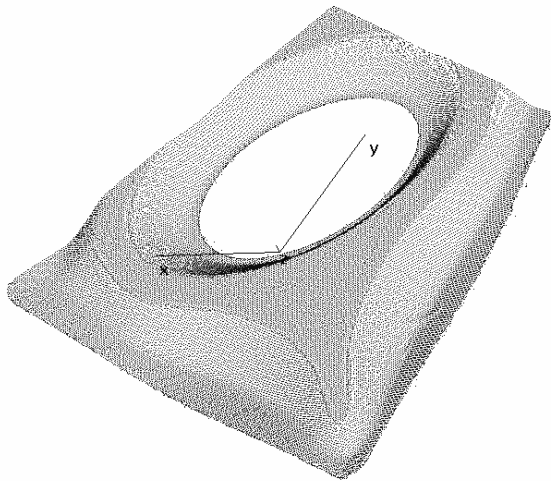
Mit einem Quadrik lassen sich die geometrischen Formen Ellipsoid (Kugel), ein- und zweischaliges Hyperboloid, Kegel, elliptisches und hyperbolisches Paraboloid sowie elliptischer, hyperbolischer und parabolischer Zylinder beschreiben. Um die berechnete Fläche klassifizieren zu können, muß die entstandene Quadrik durch eine Hauptachsentransformation auf die Normalform

$$\lambda_1x^2 + \lambda_2y^2 + \lambda_3z^2 + d = 0 \quad (2) \quad \text{bzw.} \quad \lambda_1x^2 + \lambda_2y^2 + 2mz = 0 \quad (3)$$

gebracht werden. Ist die Koeffizientenmatrix regulär (Determinante ungleich Null), so handelt es sich um eine Mittelpunktsquadrik. Für diesen Fall wird die Normalform (2) angewendet. Wird von einer singulären Koeffizientenmatrix (Determinante gleich Null) ausgegangen und bestehen keine Symmetrieeigenschaften, dann ist die Normalform (3) zu verwenden. Über die Koeffizienten λ_i , m bzw. d kann die Art der 3D-Quadrik bestimmt werden.

Wird ein Formelement nur durch sehr wenige Punkte (Kugelsegment) beschrieben, so erreicht man durch eine Anpassung unter Zwang bessere Ergebnisse als durch eine Quadrikenanpassung. Sollen Kugeln oder Kreiszyylinder beschrieben werden, so ist es günstiger, direkt auf diese Elemente eine Anpassung durchzuführen. Ein Quadrik würde wegen der Überparametrisierung keine genau identischen Halbachsen liefern [Dri93].

Die nachstehenden Abbildungen zeigen Einsatzbeispiele für Regelgeometrien. Durch das Fraunhofer-Institut für Angewandte Optik und Feinmechanik Jena wurden die Körper digitalisiert [Not94] und als Datensatz uns freundlicherweise zur Weiterverarbeitung zur Verfügung gestellt.



Wendescheidplatte. Gesucht wird der Kugeldurchmesser der Senkung. Das Meßfeld beträgt $20 \times 15 \text{ mm}^2$, die Anzahl der Meßpunkte ist 37981. Eine Anpassung mit einer Kugel ergibt einen Radius von 7,05 mm.

Zahnradlager aus einer Uhr. Gesucht wird der Radius der Bohrung und der gefrästen Scheibe. Das Meßfeld beträgt $2,5 \times 1,5 \text{ mm}^2$, die Meßpunktzahl ist 140768.

5 Zusammenfassung

Es wurde dargestellt, welche Problemstellungen bei der Verarbeitung von 3D-Daten auftreten und welche Lösungsmöglichkeiten in Bezug auf die Verbesserung der Punktwolken und die Flächenrückführung bestehen. Durch die Methoden der digitalen Bildverarbeitung und der Punktwolkenanalyse ist es möglich, mit relativ geringem Aufwand ein Modell in eine CAD-Beschreibung zu überführen. Allerdings besteht noch ein erheblicher Entwicklungsbedarf, bis weitgehend automatische, einfach zu bedienende Lösungen vorliegen.

6 Literatur

- [Alf89] Alfeld, P.: Scattered data interpolation in three or more variables. in: Lyche, T.; Schumaker, L. (eds): *Mathematical methods in CAGD*. Academic Press (1989), S.1-33.
- [Aum93] Aumann, G.; Spitzmüller, K.: *Computerorientierte Geometrie*. Mannheim: BI-Wissenschaftsverlag 1993
- [Bar77] Barnhill, R.E.: Representation and approximation of surfaces. in: Rice, J.D. (ed.): *Mathematical Software III*. Academic Press (1977), 69-120.
- [Bar84] Barnhill, R.E.; Stead, S.E.: Multistage trivariate surfaces. in: Rice, J.D. (ed.): *Rocky Mountain Journal of Math.* 1, 1984, 103-118.
- [Dri93] Drixler, E.: *Analyse der Form und Lage von Objekten im Raum*. Dissertation Deutsche Geodätische Kommission, Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, München 1993
- [Dyn86] Dyn, N.; Levin, D.; Rippa, S.: Numerical procedures for surfaces fitting of scattered data by radial functions. *SIAM J. Sci. Stat. Comput.* 7, 1986, 325-334.
- [Faß95] Faßler, R.: SHOE-DIGIT - ein Meßsystem zur Digitalisierung von Modelleisten und Designkurven auf photogrammetrischer Basis. 40. IWK der TU Ilmenau, Band 1, S. 599-604, 1995
- [Fol87] Foley, T.A.: Interpolation and approximation of 3-D and 4-D scattered data. *Comp. Math. Applic.* 13, 1987, 711-740.
- [Fra82] Franke, R.: Scattered data interpolation: Tests of some methods. *Mathematics of Computation* 38 (1982), 191-200.
- [Har71] Hardy, R.L.: Multiquadrik equations of topography and other irregular surfaces. *Journal of Geophysical Research* 76, 1971, 1905-1915.
- [Hos92] Hoschek, J.; Lasser, D.: *Grundlagen der geometrischen Datenverarbeitung*. Teubner, 1992.
- [Kra88] Krauss, K.: *Photogrammetrie Bd. 2, Theorie und Praxis der Auswertesysteme*. Dümmlerbuch, 1988.
- [Led94] Leditzky, T.: *Entwicklung und Implementierung numerischer Algorithmen zur Extraktion von 3D-Formelementen aus 3D-Meßsätzen von industriellen Objekten*. Diplomarbeit FSU Jena, 1994
- [Liu93] Liu, H.: *Oberflächenbasierte Segmentierung von Tiefenbildern*. Sankt Augustin: Infix, 1993 (Diss. zur Künstlichen Intelligenz; Bd. 36)
- [Mas94] Massen, R.; Gässler, J.: *Optische 3D Digitalisierer und CAD: von der Punktwolke zur Freiformfläche*. *Optisches Messen von Länge und Gestalt*. GMA-Bericht 23, VDI-Verlag Düsseldorf, 1994, S. 57-66
- [Mei79] Meinguet, B.J.: Multivariable interpolation at arbitrary points made simple. *Z.A.M.P.*, Vol.30, 1979, S.292-304.
- [Not94] Notni, G.; Gerber, J.; Kühmstedt, P.; Schreiber, W.: *Optisches 3D-Formmeßsystem mit strukturierter Beleuchtung*. Tagungsband OPTO94, S. 33-39, Leipzig, Mai 1994
- [She68] Shepard, D.: A two dimensional interpolation function for irregular spaced data. *Proceedings 23rd. ACM National Conference* (1968), 517-524.

Dieser Beitrag entstand im Rahmen des vom BMBF geförderten Projektes Elektronisches Auge / Flexible 3-D Industriemeßsysteme.