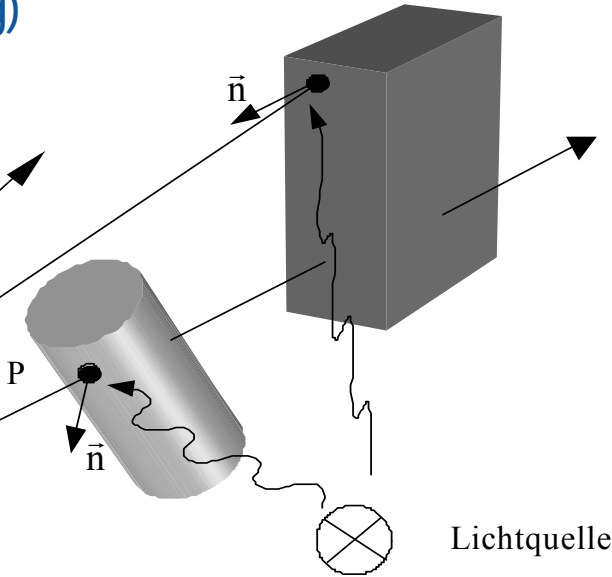
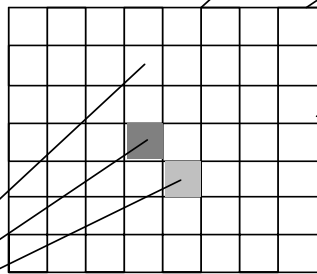


Globale Schattierungsverfahren

Ray-Tracing (Strahlenverfolgung)

Grundprinzip des Ray-Tracing

- ▶ *Strahlen vom Augpunkt* (Ursprung des Kamerakoordinatensystems) *durch jedes Pixel* des Rasters senden
- ▶ *Schnittpunktberechnung mit allen Objekten* → Schnittpunkt mit dem *größtem z-Wert* stammt vom sichtbaren Objekt



- ▶ Bestimmung von \underline{n} im Schnittpunkt sowie des *Lichteinfallswinkels* und der *Blickrichtung*
- ▶ Bestimmung der diffusen und spekularen Lichtreflexion nach dem *Phong-Beleuchtungsmodell*

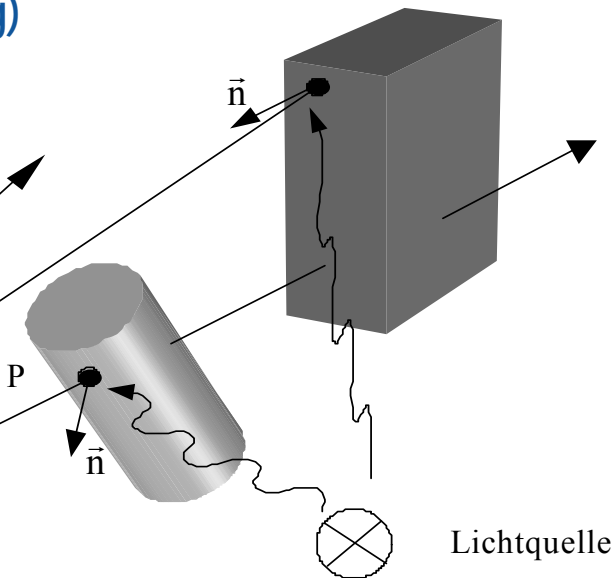
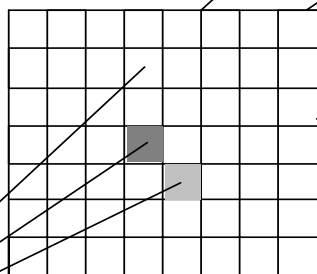
$$\begin{pmatrix} I_R \\ I_G \\ I_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{aR} \\ I_{aG} \\ I_{aB} \end{pmatrix} \cdot k_a \cdot \begin{pmatrix} O_{aR} \\ O_{aG} \\ O_{aB} \end{pmatrix} + f_{att} \cdot \begin{pmatrix} I_{pR} \\ I_{pG} \\ I_{pB} \end{pmatrix} \cdot \left(k_d \cdot \begin{pmatrix} O_{dR} \\ O_{dG} \\ O_{dB} \end{pmatrix} \cdot \cos \alpha + k_s \cdot \begin{pmatrix} O_{sR} \\ O_{sG} \\ O_{sB} \end{pmatrix} \cdot \cos^n \psi \right)$$

Globale Schattierungsverfahren

Ray-Tracing (Strahlenverfolgung)

Grundprinzip des Ray-Tracing

- ▶ *Strahlen vom Augpunkt* (Ursprung des Kamerakoordinatensystems) *durch jedes Pixel* des Rasters senden
- ▶ *Schnittpunktberechnung mit allen Objekten* → Schnittpunkt mit dem *größtem z-Wert* stammt vom sichtbaren Objekt

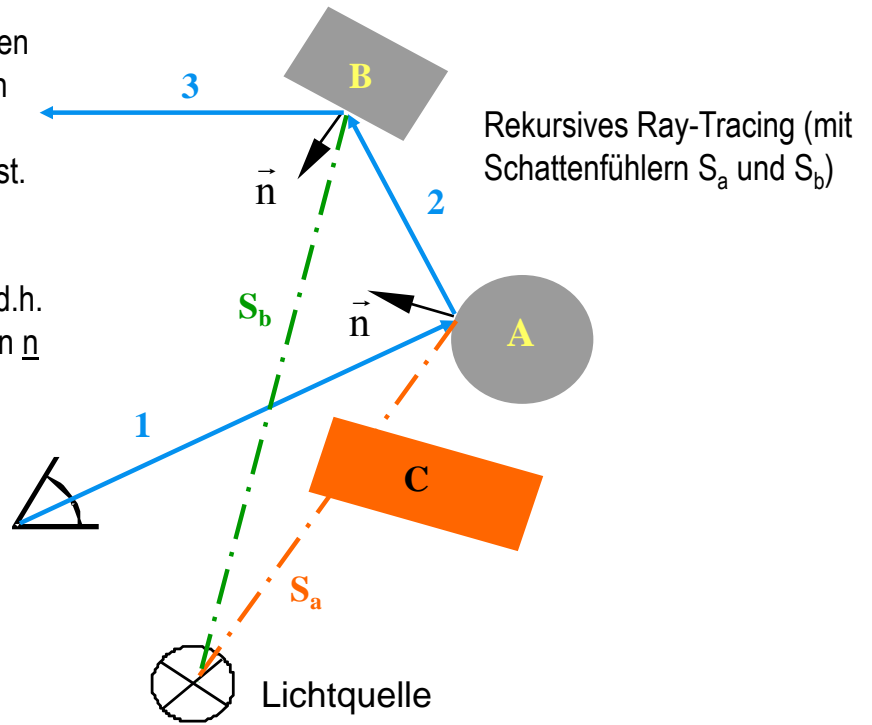


- ▶ Bestimmung von \underline{n} im Schnittpunkt sowie des *Lichteinfallswinkels* und der *Blickrichtung*
- ▶ Bestimmung der diffusen und spekularen Lichtreflexion nach dem *Phong-Beleuchtungsmodell* → resultierende Farbwerte (R,G,B) in den Bildspeicher
- ▶ *Einfaches Ray-Tracing entspricht direktem Phong-Shading*, es ist aber aufwendiger !!!.

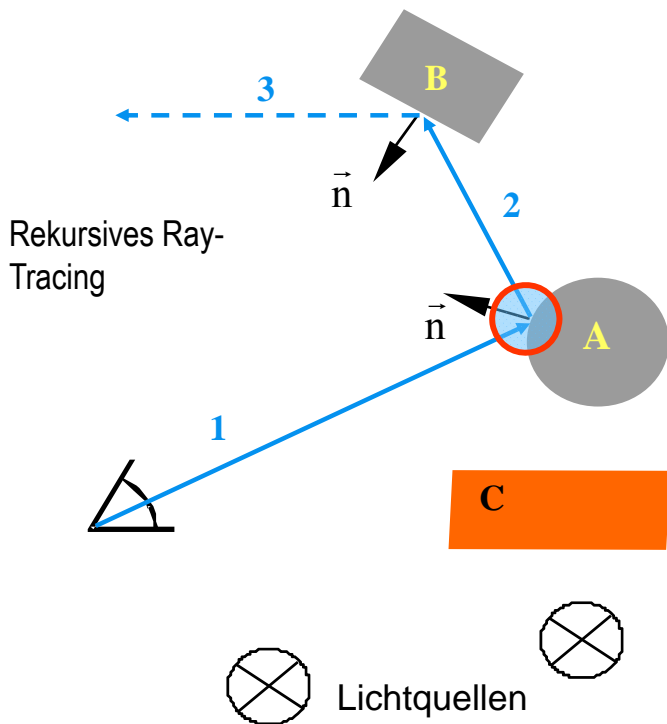
→ Vorteile kommen erst bei rekursivem Ray-Tracing zum Tragen.

Rekursives Ray-Tracing

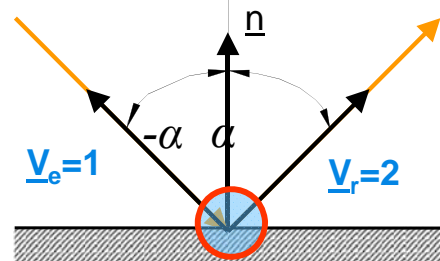
- ▶ Berechnung der diffusen und spekularen Reflexionen der jeweiligen Lichtquellen nach dem *Phong-Modell*, falls *Schattenfühler nicht unterbrochen* ist.
- ▶ *Annäherung der Interreflektionen* (mehrfache Reflexion zwischen den Objekten) *durch ideale Spiegelung*, d.h. Spiegelung des primären Strahls (1) an \underline{n} im Auftreffpunkt und Erzeugung des sekundären Strahls (2)
- ▶ Beim Auftreffen des Strahls (2) auf ein weiteres Objekt B Berechnung der diffusen und spekularen Reflexion der jeweiligen Lichtquelle (Schattenfühler, Phong-Modell) sowie Erzeugung eines weiteren Strahls durch ideale Spiegelung.
- ▶ *Addition eines prozentualen Anteils der Reflexion an Objekt B zum Farbwert des Pixel am Objekt A* (Anteil fallend bei jeder weiteren Rekursion, begrenzte Rekursionszahl)



Rekursives Ray-Tracing



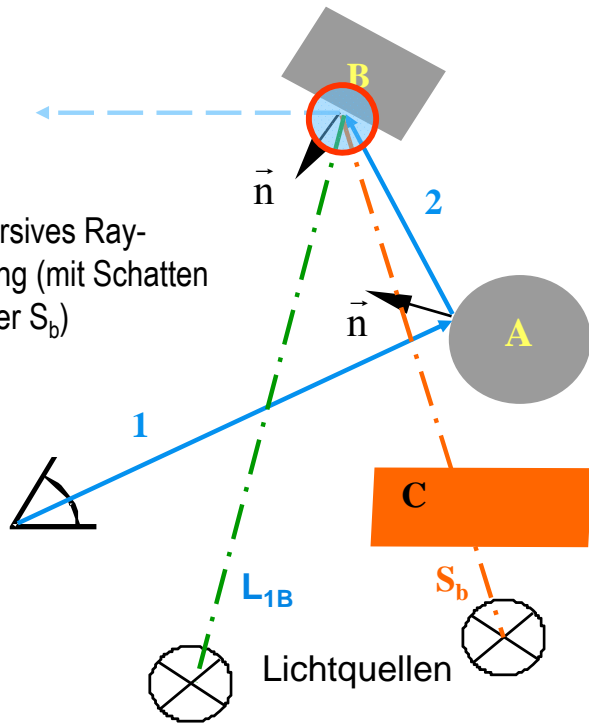
ideal spiegelnde Reflexion am Objekt A zur Erzeugung des Sekundärstrahls



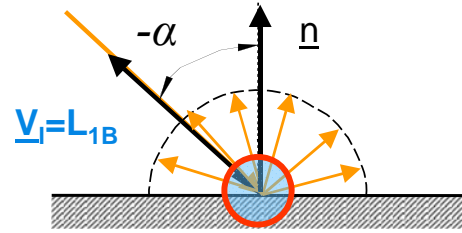
Rekursives Ray-Tracing



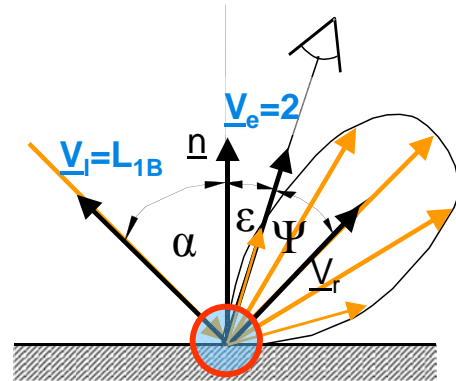
Rekursives Ray-Tracing (mit Schatten-fühler S_b)



ideal diffuse Reflexion (Strahl-dichte L) des Lichtes der Lichtquelle am Objekt B



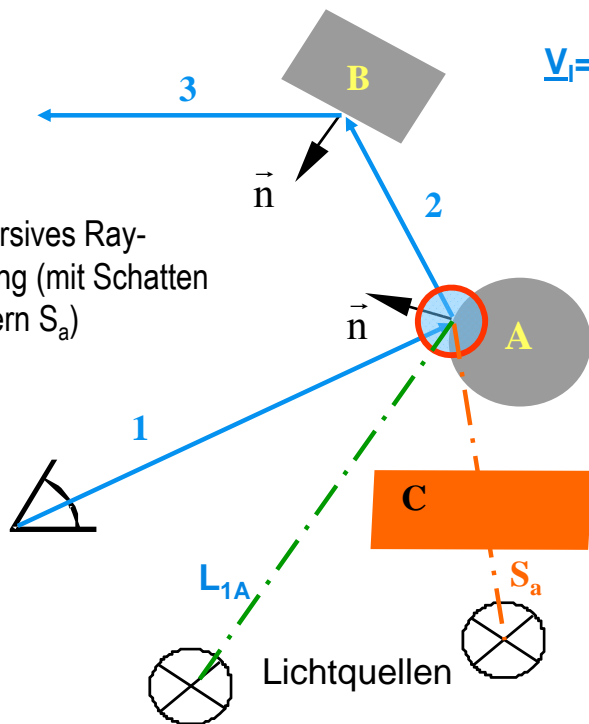
diffus gerichtete Reflexion am Objekt B



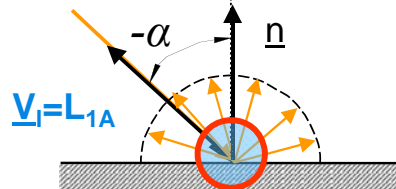
Rekursives Ray-Tracing



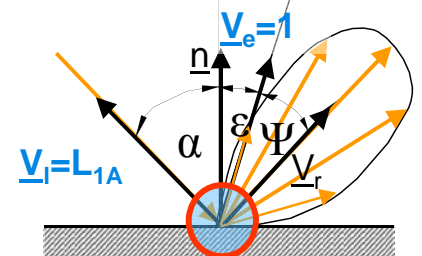
Rekursives Ray-Tracing (mit Schatten-fühlern S_a)



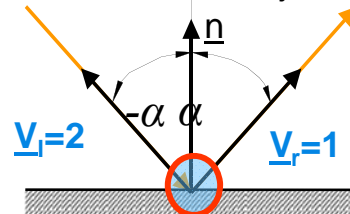
ideal diffuse Reflexion an A



diffus gerichtete Reflexion an A



ideal spiegelnde Reflexion an A (Übernahme diff. Anteile von Objekt B als Interreflexion)



z.B.: Faktor 0.2, d.h. 20%

- ▶ *Transparenz* war in *bei den lokalen Schattierungsverfahren* zunächst sehr simpel, nämlich unter Vernachlässigung der Brechung behandelt worden.

- *Interpolierte, nichtbrechende Transparenz*

$$\underline{C} = \alpha \cdot \underline{C}_{\text{foreground}} + (1 - \alpha) \cdot \underline{C}_{\text{background}} \quad \text{oder}$$

$$L_{\lambda}(\lambda) = \alpha \cdot L_{\lambda f}(\lambda) + (1 - \alpha) \cdot L_{\lambda b}(\lambda)$$

- Dies wird beim *nichtbrechenden Ray-Tracing* genauso realisiert, wobei das z-Puffer-Problem entfällt. Die Erweiterung beim rekursiven Ray-Tracing besteht in der Addition des spiegelnden Anteils des Vordergrundpolygons durch den Sekundärstrahl.

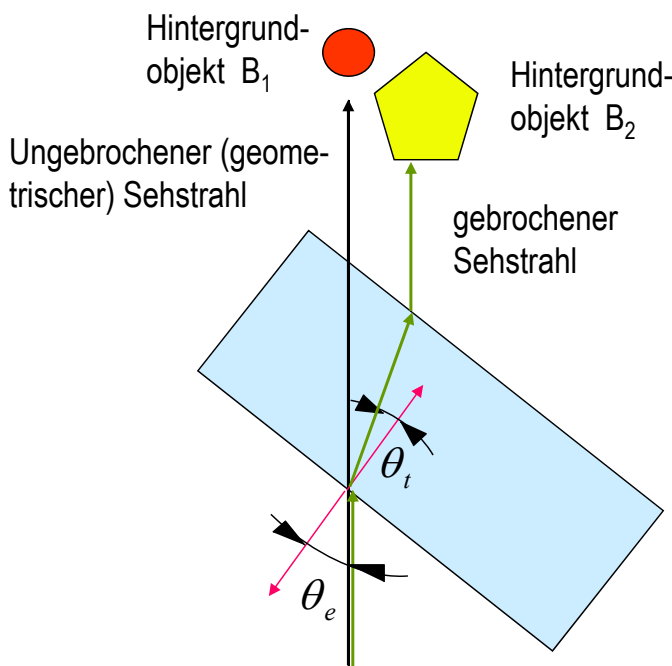
- ▶ *Gefilterte nichtbrechende Transparenz*: Neben der eigenen Strahldichte des Vordergrundpolygons wird die für die Modellierung der Transparenz ein Filter angenommen, das wellenlängenselektiv durchlässt (ähnelt der spektralen interpolierten, nichtbrechenden Transparenz, Erweiterung beim Ray-Tracing wie oben beschrieben)

- *Gefilterte nichtbrechende Transparenz*

$$L_{\lambda}(\lambda) = L_{\lambda f}(\lambda) + \tau_f(\lambda) \cdot L_{\lambda b}(\lambda)$$

Brechungseffekt:

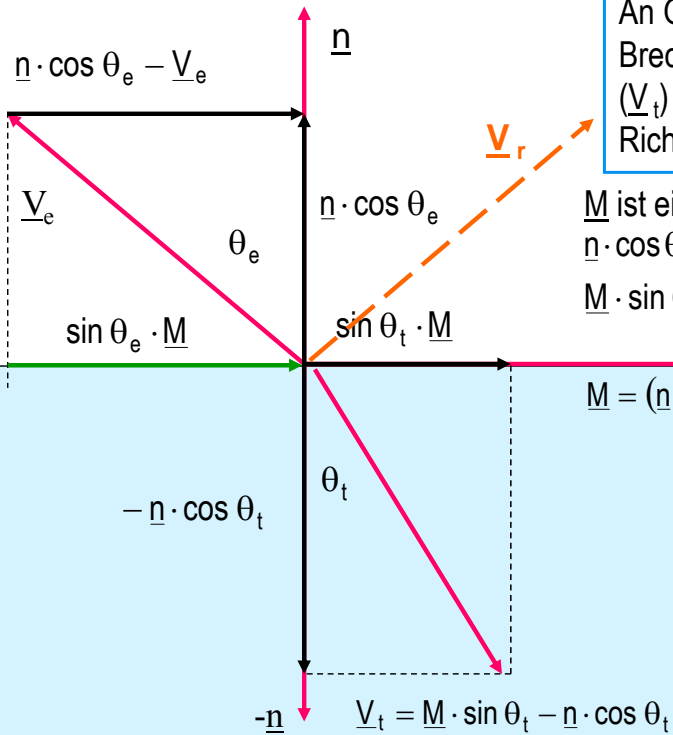
- ▶ Richtung des gebrochenen Strahls berechnet sich aus dem Einfallswinkel, dem Normalenvektor und dem Brechungsindex



$$\frac{\sin \theta_e}{\sin \theta_t} = \frac{\eta_{t\lambda}}{\eta_{e\lambda}}$$

Die *Farbe im betrachteten Punkt* wird nicht durch die Farbe von Hintergrundobjekt B₁ (wie im Fall nichtbrechender Transparenz) sondern *durch die Farbe von B₂ beeinflusst!*

Berechnung des Einheitsvektors \underline{v}_t ($\underline{v}_e, \underline{n}, \eta_r$) in Richtung der Brechung:



An Grenzflächen mit unterschiedlichen Brechungsindizes tritt neben der Transparenz (\underline{v}_t) auch Reflexion (Komponente mit der Richtung \underline{v}_r) auf.

\underline{M} ist ein Einheitsvektor mit der Richtung von $\underline{n} \cdot \cos \theta_e - \underline{v}_e$ und es gilt:

$$\underline{M} \cdot \sin \theta_e = \underline{n} \cdot \cos \theta_e - \underline{v}_e$$

$$\underline{M} = (\underline{n} \cdot \cos \theta_e - \underline{v}_e) / \sin \theta_e$$

Die Substitution von \underline{M} in \underline{v}_t liefert:

$$\underline{v}_t = \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_e} \cdot (\underline{n} \cdot \cos \theta_e - \underline{v}_e) - \underline{n} \cdot \cos \theta_t$$

und mit $\eta_{r\lambda} = \frac{\eta_{e\lambda}}{\eta_{t\lambda}} = \frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_e}$ ergibt sich:

$$\underline{v}_t = (\eta_{r\lambda} \cdot \cos \theta_e - \cos \theta_t) \cdot \underline{n} - \eta_{r\lambda} \cdot \underline{v}_e$$

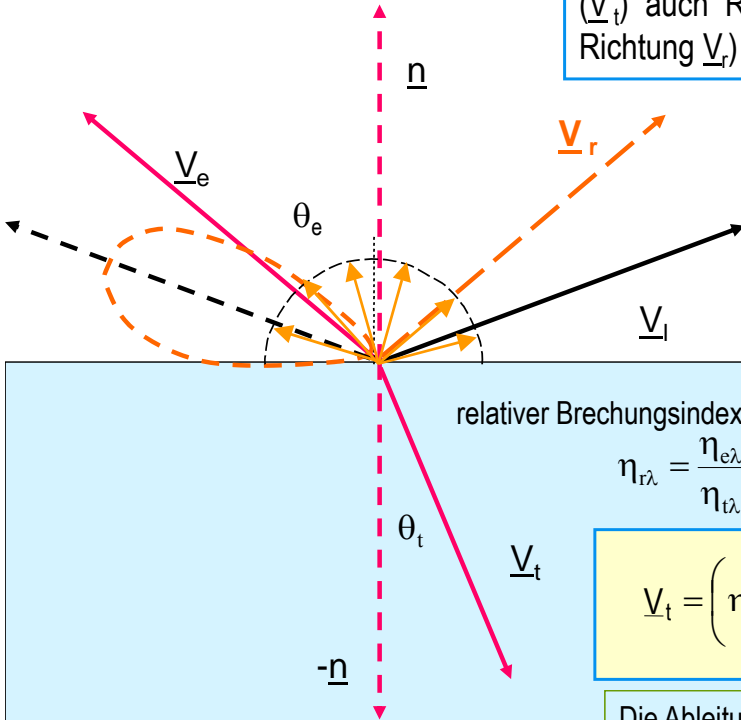
$$\cos \theta_e = \underline{n}^T \cdot \underline{v}_e$$

$$\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \sqrt{1 - \eta_{r\lambda}^2 \sin^2 \theta_e} = \sqrt{1 - \eta_{r\lambda}^2 (1 - (\underline{n}^T \cdot \underline{v}_e)^2)}$$

$$\underline{v}_t = \left(\eta_{r\lambda} \cdot \underline{n}^T \cdot \underline{v}_e - \sqrt{1 - \eta_{r\lambda}^2 (1 - (\underline{n}^T \cdot \underline{v}_e)^2)} \right) \cdot \underline{n} - \eta_{r\lambda} \cdot \underline{v}_e$$

Brechung

An Grenzflächen mit unterschiedlichen Brechungsindizes tritt neben der Transparenz (\underline{v}_t) auch Reflexion (Komponente mit der Richtung \underline{v}_r) auf.



relativer Brechungsindex

$$\eta_{r\lambda} = \frac{\eta_{e\lambda}}{\eta_{t\lambda}}$$

Brechungseffekt

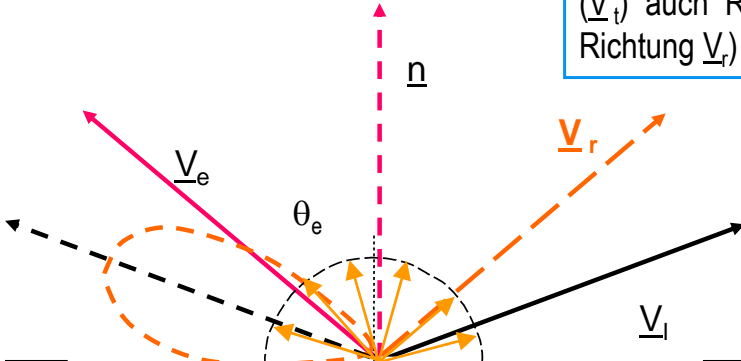
- Durch die Berücksichtigung der Brechung ist die Simulation von *brechungsbedingten Verzerrungen* möglich (optische Linsen, Wasser).
- Bei transparenten und reflektierenden Materialien entstehen *zwei Sekundärstrahlen*. Sie sind beide weiter zu verfolgen.

$$\underline{v}_t = \left(\eta_{r\lambda} \cdot \underline{n}^T \cdot \underline{v}_e - \sqrt{1 - \eta_{r\lambda}^2 \left(1 - (\underline{n}^T \cdot \underline{v}_e)^2 \right)} \right) \cdot \underline{n} - \eta_{r\lambda} \cdot \underline{v}_e$$

Die Ableitung der Formel $\underline{v}_t(\underline{v}_e, \underline{n}, \eta_r)$ ist auf ausgeblendeten Folien ausgeführt, die für den Vorlesungsanteil „Franke“ zusammen mit allen anderen Folien unter <http://www.zbs-ilmenau.de> zu finden sind.

Brechung

An Grenzflächen mit unterschiedlichen Brechungsindizes tritt neben der Transparenz (\underline{v}_t) auch Reflexion (Komponente mit der Richtung \underline{v}_r) auf.



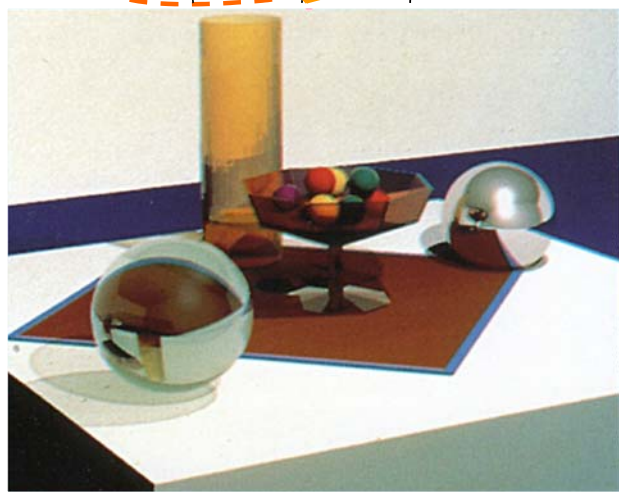
- Bei transparenten und reflektierenden Materialien entstehen *zwei Sekundärstrahlen*. Sie sind beide weiter zu verfolgen.

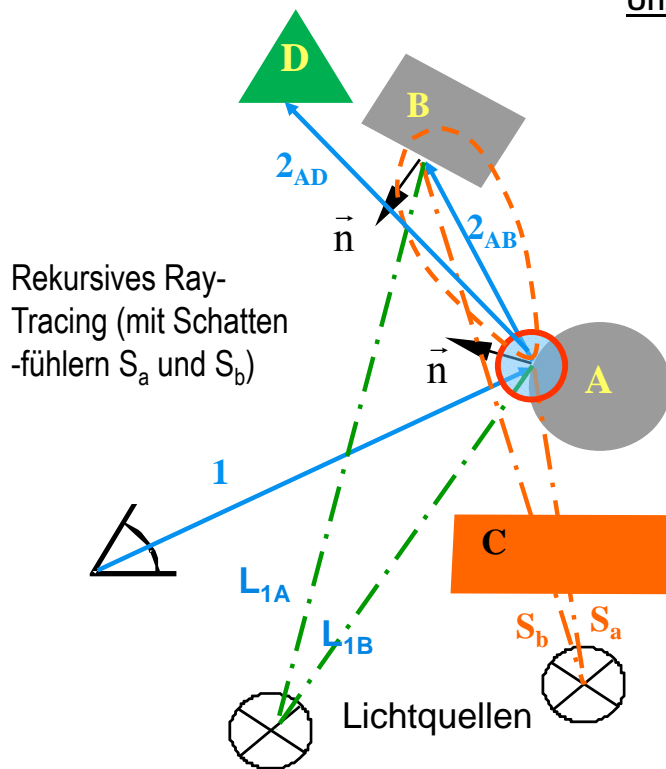
relativer Brechungsindex

$$\eta_{r\lambda} = \frac{\eta_{e\lambda}}{\eta_{t\lambda}}$$

$$\left(\eta_{r\lambda} \cdot \underline{n}^T \cdot \underline{v}_e - \sqrt{1 - \eta_{r\lambda}^2 \left(1 - (\underline{n}^T \cdot \underline{v}_e)^2 \right)} \right) \cdot \underline{n} - \eta_{r\lambda} \cdot \underline{v}_e$$

Die Ableitung der Formel $\underline{v}_t(\underline{v}_e, \underline{n}, \eta_r)$ ist auf ausgeblendeten Folien ausgeführt, die für den Vorlesungsanteil „Franke“ zusammen mit allen anderen Folien unter <http://www.zbs-ilmenau.de> zu finden sind.





Unzulänglichkeiten des einfachen rekursiven Ansatzes:

- ▶ Betrachtung von Objekt A: Die ideale Spiegelung zur Erzeugung von Sekundärstrahlen ist eine sehr starke Vereinfachung
- ▶ Reale Objekte sind eher diffus spekulär, d.h. ein ganzes Set von Sekundärstrahlen wäre zu verfolgen.
- ▶ Aus der Umkehrbarkeit von Licht- und Beleuchtungsrichtung ließe sich das Set von Sekundärstrahlen aus dem Phong-Modell ($\cos^n \alpha$ - Term) ermitteln.
- ▶ Dann hat z.B. auch Objekt D bei der Interreflexion Einfluss.
- ▶ Aus Aufwandsgründen (rein theoretisch wären unendlich viele Sekundärstrahlen zu berücksichtigen) muss Vereinfacht werden, z.B. Monte Carlo Ray Tracing

Monte Carlo Ray-Tracing und Kaustik

Monte Carlo Ray-Tracing:

- ▶ Reflexion ist selten ideal spekulär, meist entsteht ein Bündel von Strahlen
- ▶ Ansatz: *Verfolgung mehrerer „zufälliger“ Sekundärstrahlen*, deren Beitrag zum Farbwert des Pixel statistisch gewichtet wird.
- ▶ Je gestreuter die Reflexion, um so mehr Sekundärstrahlen sind nötig. Sehr breite Remissionskeulen oder gar *diffuse Interreflexionen sind wegen des Aufwandes nicht behandelbar.*

Beleuchtungsphänomen Kaustik:

- ▶ Das von der Lichtquelle ausgehende Licht werde *zuerst spekulär, dann diffus reflektiert.*
- ▶ Beispiel: Lichtstrahlen, die von Wasserwellen reflektiert auf eine diffuse Wand auftreffen.
- ▶ *Vom Auge bzw. Pixel ausgehendes Ray Tracing versagt wegen des vorzeitigen Abbruchs der Rekursion am diffus remittierenden Objekt.*
- ▶ *Inverses Ray Tracing* [Watt/Watt 1992] : Man erzeugt einen von der Lichtquelle ausgehenden Strahl und reflektiert diesen an glänzenden Oberflächen.
- ▶ → Die reflektierten Lichtstrahlen wirken als zusätzliche Lichtquellen, die dann zu diffusen Reflexionen führen können.

- ▶ Cone-Tracing - Statt eines Strahles wird ein Kegel verwendet, der die Lichtverteilung annähert [Watt/Watt 1992].
- ▶ Radiosity (siehe folgender Abschnitt)

Implementierung des Ray-Tracing-Verfahrens

Aufwendige Teiloperation: Geometrischer Schnitt im Raum

- ▶ Für jedes Pixel: Berechnung des Schnittes eines Strahles mit potentiell allen Objekten der Szene (einfaches Ray-Tracing)
 - ▶ Für 1.000 x 1.000 Pixel und 1.000 Objekte 1.000.000.000 Schnittoperationen
 - ▶ *Rekursives Ray-Tracing* für den ideal spiegelnden Fall: Anzahl der Operationen wächst zusätzlich, d.h. Multiplikation des Aufwandes mit der *Anzahl der Reflexionen und Refraktionen*
 - ▶ *Monte-Carlo-Ray-Tracing* für die Approximation diffuser Anteile: Weiteres Anwachsen der Anzahl an erforderlichen Operationen durch zusätzliche Verfolgung *sehr vieler Sekundärstrahlen*.
- Zusätzlich erschwerend: Im Vergleich zu den direkten Rendering-Verfahren sind *keine inkrementellen Ray-Tracing-Ansätze bekannt*.

Eigenschaften des Ray-Tracing-Verfahrens:

- ▶ Implementierung ist konzeptionell einfach.
- ▶ *Einfach parallelisierbar.*
- ▶ Hohe Komplexität durch Vielzahl der Strahlen, deshalb Beschränkung auf zwei bis drei Rekursionen.
- ▶ *Exponentielle Komplexität bei Monte-Carlo-Ray-Tracing bzw. wenn alle Objekte gleichzeitig transparent und reflektierend sind.*

Optimierungsmöglichkeiten:

- ▶ Berechnung von *achsenparallelen Hüllquadern* (Bounding Boxes) oder Hüllkugeln (Bounding Spheres) um Objekte aus mehreren Polygonen.
- ▶ Zunächst Test, ob der Strahl die Hülle schneidet.
- ▶ Bei Vorliegen eines Schnittes: Berechnung des Schnittpunktes des Strahls mit allen Polygonen innerhalb der Hülle: → *zunächst* Berechnung des *Schnittpunktes mit der jeweiligen Polygonebene* → *danach effizienter Punkt-im-Polygon-Test*
- ▶ *Effiziente Zugriffsstruktur* auf die Hüllquader: *Bäume für rekursive Zerlegungen des 3D-Raumes* (Octrees), Binary-Space-Partition-Trees (siehe: Kapitel 8 - effiziente Datenstrukturen und Algorithmen der Computergeometrie)
- ▶ Verwendung von direktem, hardware-unterstütztem Rendering (Gouraud-Shading) anstelle von einfachem, nichtrekursivem Ray-Tracing, nur bei Bedarf Erzeugung von Sekundärstrahlen.

Ray-Tracing (Anwendung)

Verwendung von Ray-Tracing:

- ▶ Erzeugung realistischer Bilder, da verschiedene *Beleuchtungsphänomene physikalisch (geometrisch und radiometrisch) viel genauer als bei direkter Schattierung* berechnet werden
 - Fotorealistisches Visualisieren (Designstudien usw.)
 - Computeranimation
- ▶ Ray-Tracing ist aufgrund der hohen Komplexität *für interaktive Anwendungen wenig geeignet*, deshalb meist Vorberechnung der Bildsequenzen im Stapel-Betrieb
- ▶ *Interaktive Programme* (CAD, Spiele) verwenden *direktes Rendering mit Texturen*, um Spiegeleffekte oder Brechung zu simulieren.

- ▶ Ray-Tracing ist sehr gut geeignet, wenn die *spiegelnde Reflexion* zwischen Objekten (und / oder die *Brechung* bei transparenten Objekten) *frei von Streuung* ist.
- ▶ Die *diffuse Reflexion zwischen Objekten* wird beim Ray-Tracing *durch ambiente Terme* berücksichtigt. Eine bessere Beschreibung dieser Zusammenhänge ist mit Modellen der Wärmetechniker möglich.

Grundprinzip des Radiosity-Verfahrens:

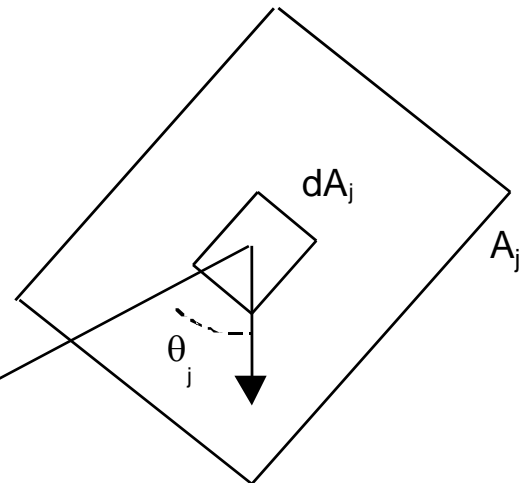
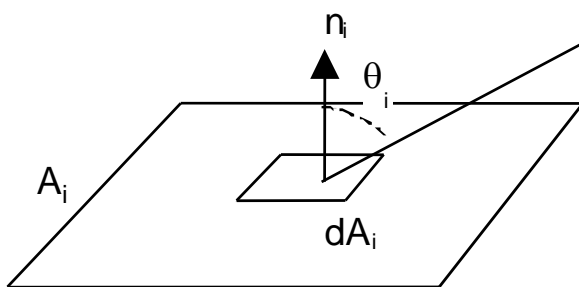
- ▶ **Ansatz:** Erhaltung der Lichtenergie in einer geschlossenen Umgebung.
- ▶ Die Energierate, die eine Oberfläche verlässt, wird Radiosity (spezifische Ausstrahlung) genannt.
- ▶ Die *gesamte Energie, die von einer Oberfläche (Patch, Polygon) emittiert oder reflektiert wird, ergibt sich aus Reflexionen oder Absorptionen anderer Oberflächen* (Patches, Polygone).
- ▶ Es erfolgt keine getrennte Behandlung von Lichtquellen und beleuchteten Flächen, d.h. alle Lichtquellen werden als emittierende Flächen modelliert.
- ▶ Da *nur diffuse Strahler (Lambertstrahler) betrachtet* werden, herrscht *Unabhängigkeit der Strahldichte vom Blickwinkel* vor.
- ▶ Die *Lichtinteraktionen werden im 3D-Objektraum (ohne Berücksichtigung der Kamera)* berechnet.
- ▶ Danach lassen sich beliebig viele Ansichten schnell ermitteln (Ansichtentransformation, perspektivische Projektion, Verdeckungsproblematik, Interpolation).

Kapitel Lichtquellen / Beleuchtung

→ radiometrisches Grundgesetz wurde abgeleitet:

$$dE_{i,\lambda} = \frac{L_{j,\lambda} \cdot \omega_0}{r^2} \cdot \cos \theta_j \cdot \cos \theta_i \cdot dA_j$$

→ vom diffusen Strahler dA_j mit der Strahldichte $L_{j,\lambda}$ stammender Beitrag zur Bestrahlungsstärke auf der Fläche dA_i



Kapitel remittierende Flächen.

für die ideal diffus remittierende Fläche mit $\beta(\lambda) = 1$ gilt:

$$L = \frac{E}{\pi \cdot \omega_0}$$

Remittierende Flächen, Lambertstrahler (Wiederholung)

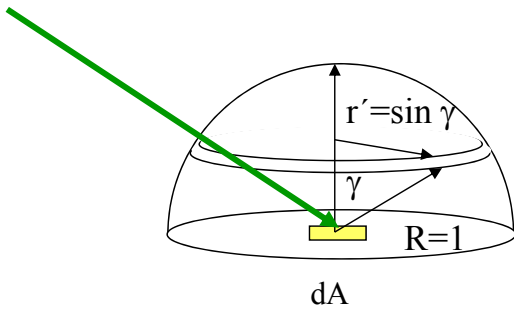
Abgestrahlte Leistung = eingetragene Leistung:

$$R_\lambda \cdot dA = d\Phi_\lambda = E_\lambda \cdot dA$$

Die konstante Strahldichte des Lambertstrahlers gemäß Definition für L:

$$L_{\lambda,0} = L_{\lambda,\gamma} = \text{const} = \frac{d^2\Phi_\lambda}{d\omega \cdot dA \cdot \cos\gamma}$$

$$L_{\lambda,0} = \frac{dR_\lambda}{d\omega \cdot \cos\gamma} = \frac{dE_\lambda}{d\omega \cdot \cos\gamma}$$



$$L_{\lambda,0} = \frac{E_\lambda}{\pi \cdot \omega_0}$$

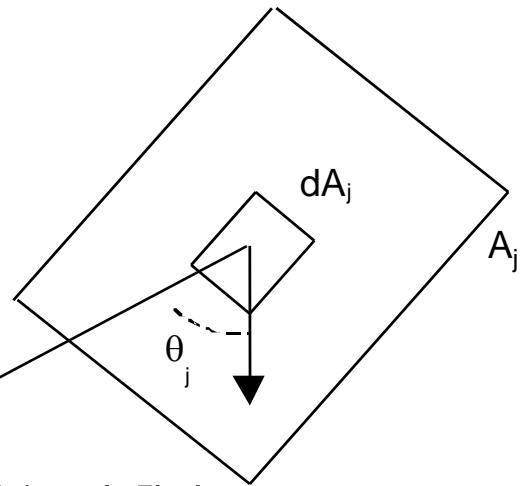
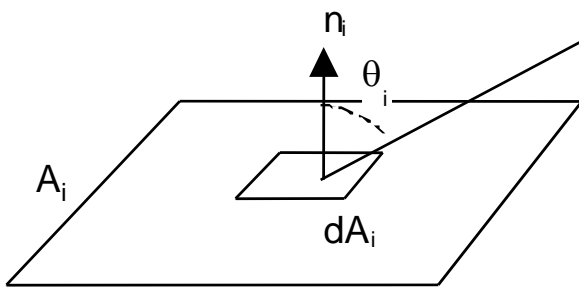
Radiosity

Kapitel Lichtquellen / Beleuchtung

→ radiometrisches Grundgesetz wurde abgeleitet:

$$dE_{i,\lambda} = \frac{L_{j,\lambda} \cdot \omega_0}{r^2} \cdot \cos\theta_j \cdot \cos\theta_i \cdot dA_j$$

→ vom diffusen Strahler dA_j mit der Strahldichte $L_{j,\lambda}$ stammender Beitrag zur Bestrahlungsstärke auf der Fläche dA_i



Kapitel remittierende Flächen.

für die ideal diffus remittierende Fläche mit $\beta(\lambda) = 1$ gilt:

$$L = \frac{E}{\pi \cdot \omega_0}$$

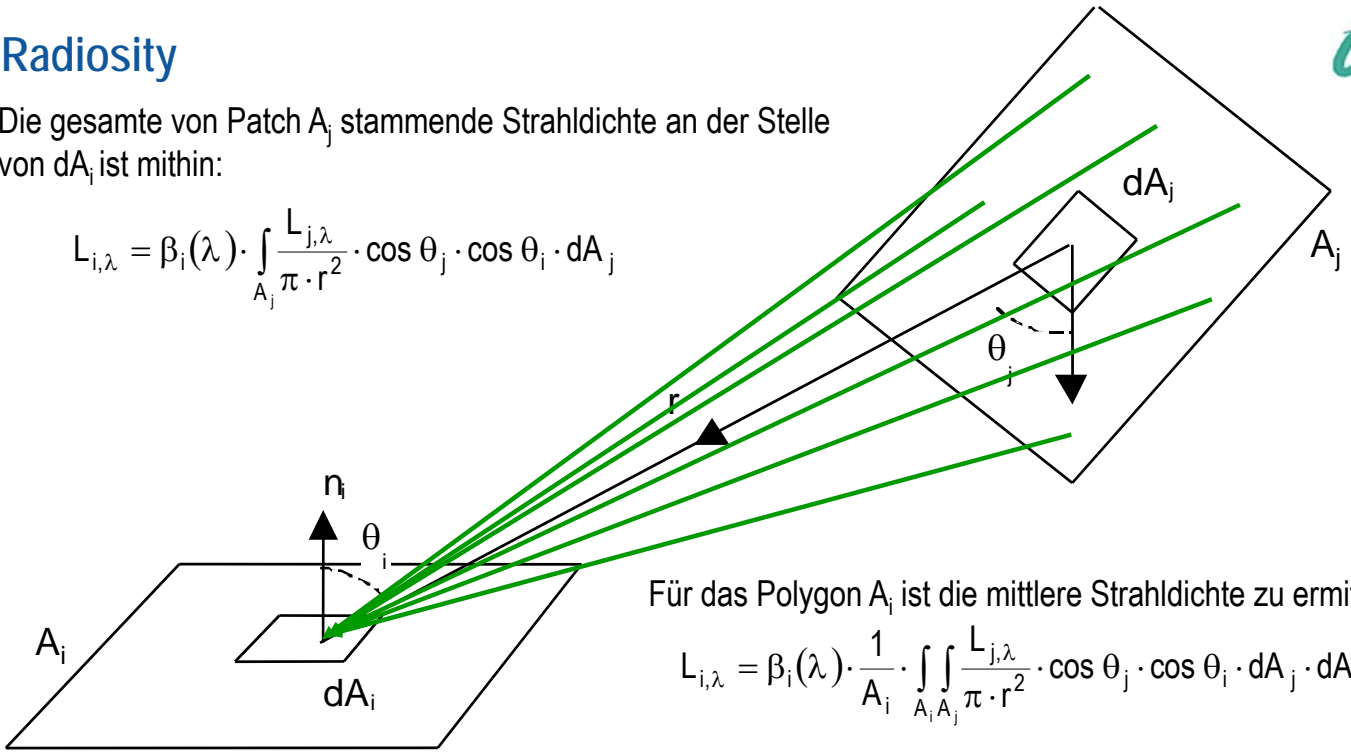
Allgemein: der von der Fläche dA_i mit $\beta(\lambda)$ remittierte Strahldichteanteil, der von dA_j stammt, ist $dL_{i,\lambda}$.

$$dL_{i,\lambda} = \beta_i(\lambda) \cdot \frac{L_{j,\lambda}}{\pi \cdot r^2} \cdot \cos\theta_j \cdot \cos\theta_i \cdot dA_j$$

Radiosity

Die gesamte von Patch A_j stammende Strahldichte an der Stelle von dA_i ist mithin:

$$L_{i,\lambda} = \beta_i(\lambda) \cdot \int_{A_j} \frac{L_{j,\lambda}}{\pi \cdot r^2} \cdot \cos \theta_j \cdot \cos \theta_i \cdot dA_j$$



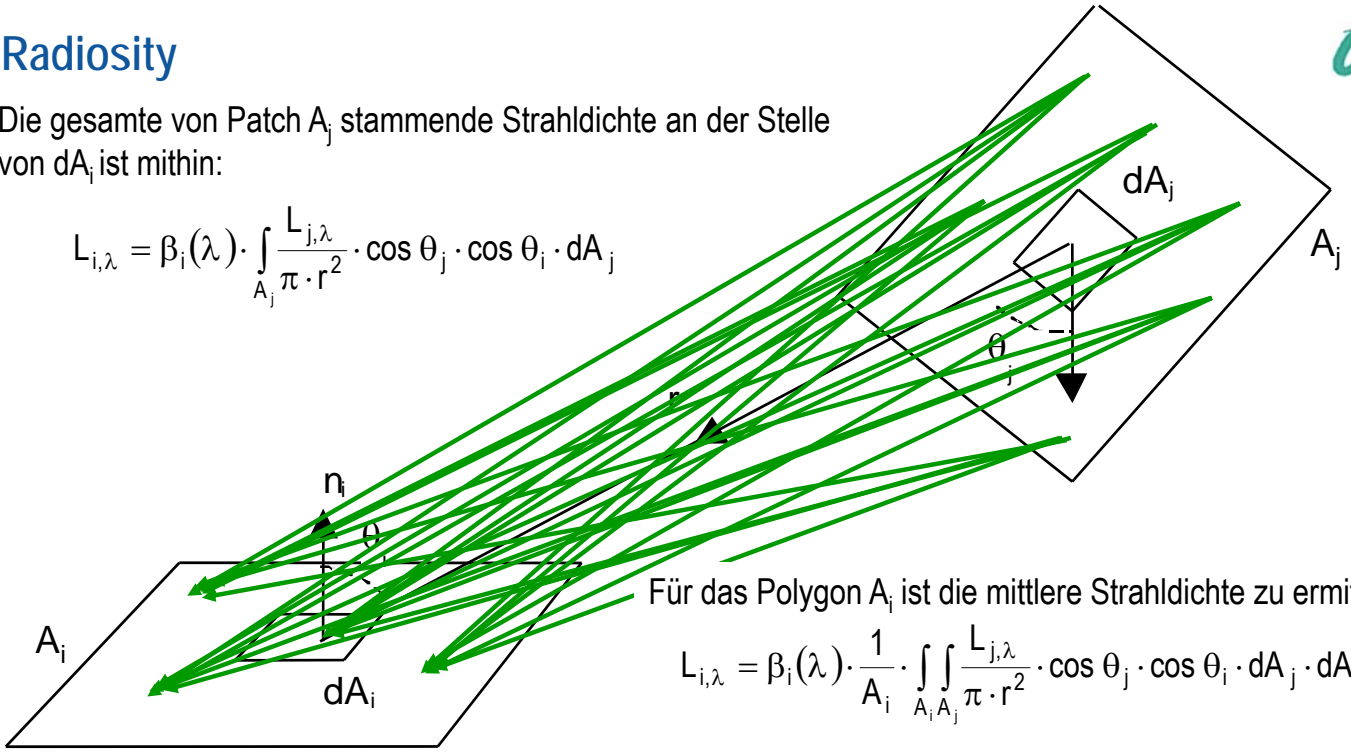
Für das Polygon A_i ist die mittlere Strahldichte zu ermitteln!

$$L_{i,\lambda} = \beta_i(\lambda) \cdot \frac{1}{A_i} \cdot \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{L_{j,\lambda}}{\pi \cdot r^2} \cdot \cos \theta_j \cdot \cos \theta_i \cdot dA_j \cdot dA_i$$

Radiosity

Die gesamte von Patch A_j stammende Strahldichte an der Stelle von dA_i ist mithin:

$$L_{i,\lambda} = \beta_i(\lambda) \cdot \int_{A_j} \frac{L_{j,\lambda}}{\pi \cdot r^2} \cdot \cos \theta_j \cdot \cos \theta_i \cdot dA_j$$



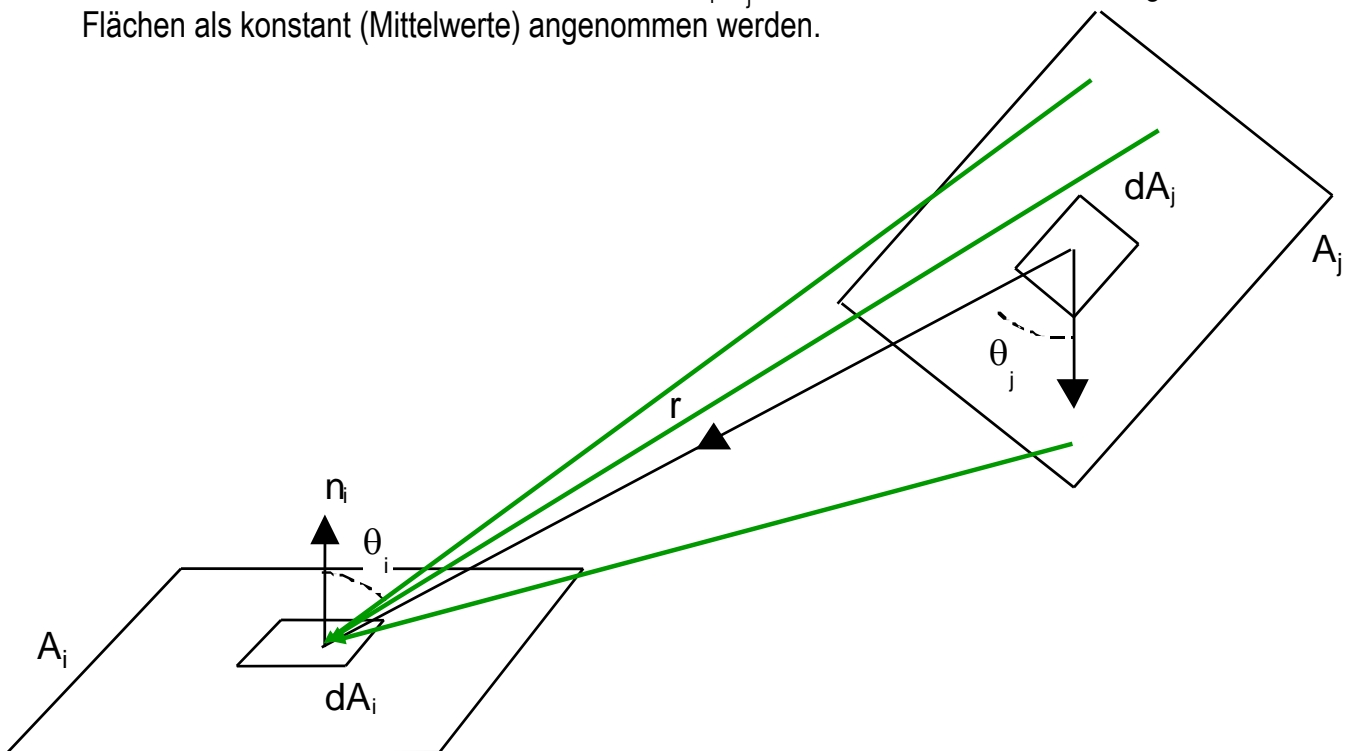
Für das Polygon A_i ist die mittlere Strahldichte zu ermitteln!

$$L_{i,\lambda} = \beta_i(\lambda) \cdot \frac{1}{A_i} \cdot \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{L_{j,\lambda}}{\pi \cdot r^2} \cdot \cos \theta_j \cdot \cos \theta_i \cdot dA_j \cdot dA_i$$

Die *Geometrieanteile* aus dieser Gleichung werden als *Formfaktoren* bezeichnet (+ Sichtbarkeitsfaktor H_{ij}).

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \cdot \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{\cos \theta_j \cdot \cos \theta_i}{\pi \cdot r^2} \cdot H_{ij} \cdot dA_j \cdot dA_i, \quad H_{ij} = \begin{cases} 1 \Rightarrow A_j \text{ sichtbar} \\ 0 \Rightarrow A_j \text{ unsichtbar} \end{cases} \text{ von } A_i \text{ aus}$$

- ▶ Für Flächen, die klein im Verhältnis zu ihrem Abstand sind, ergibt sich eine Vereinfachung des Formfaktors. In diesem Fall können die Winkel θ_i , θ_j und Radius r über den zu integrierenden Flächen als konstant (Mittelwerte) angenommen werden.



- ▶ Für Flächen, die klein im Verhältnis zu ihrem Abstand sind, ergibt sich eine Vereinfachung des Formfaktors. In diesem Fall können die Winkel θ_i , θ_j und Radius r über den zu integrierenden Flächen als konstant (Mittelwerte) angenommen werden.

$$F_{ij} = \frac{1}{A_i} \cdot \int \int_{A_i A_j} \frac{\cos \theta_j \cdot \cos \theta_i}{\pi \cdot r^2} \cdot H_{ij} \cdot dA_j \cdot dA_i, \quad H_{ij} = \begin{cases} 1 \Rightarrow A_j \text{ sichtbar} \\ 0 \Rightarrow A_j \text{ unsichtbar} \end{cases} \text{ von } A_i \text{ aus}$$

- ▶ Für Flächen, die klein im Verhältnis zu ihrem Abstand sind, ergibt sich eine Vereinfachung des Formfaktors. In diesem Fall können die Winkel θ_i , θ_j und Radius r über den zu integrierenden Flächen als konstant (Mittelwerte) angenommen werden.

$$F_{ij} = A_j \frac{\cos \theta_i \cdot \cos \theta_j}{\pi \cdot r^2} \cdot H_{ij}; \quad F_{ii} = 0$$

- ▶ Bei dicht benachbarten Flächen gelten die obigen, vereinfachenden Annahmen u.U. nicht mehr. Man müsste exakt rechnen oder es wird in diesen Bereichen feiner untergliedert.
- ▶ Wird, wie im Kapitel „Farbe und Beleuchtung“, statt $\beta(\lambda)$ vereinfachend ein konstanter Remissionsfaktor R (R_{diff} im panchromatischen Fall oder $R_{\text{diff R}}$, $R_{\text{diff G}}$, $R_{\text{diff B}}$ für die drei Farbkanäle) eingeführt, so ergibt sich zwischen der Strahldichte L_i der bestrahlten Fläche und der Strahldichte L_j der bestrahlenden Fläche der folgende Zusammenhang:

$$L_{i,\lambda} = \beta_i(\lambda) \cdot H_{i,j} \cdot \frac{1}{A_i} \cdot \int_{A_i} \int_{A_j} \frac{L_{j,\lambda}}{\pi \cdot r^2} \cdot \cos \theta_j \cdot \cos \theta_i \cdot dA_j \cdot dA_i \quad \longrightarrow \quad L_i = R_i \cdot F_{ij} \cdot L_j$$

- ▶ Jedes Patch wird nun als opaker Lambertscher d.h. ideal diffuser Emitter und Reflektor betrachtet (d.h. alle Lichtquellen werden genauso wie einfache remittierende Flächen behandelt, allerdings mit emittierendem Strahldichteterm $L_{em i}$).

$$L_i = L_{em i} + R_i \cdot \sum_j F_{ij} L_j$$

- ▶ Es ergibt sich schließlich als Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} 1-R_1F_{11} & -R_1F_{12} & \cdots & -R_1F_{1n} \\ -R_2F_{21} & 1-R_2F_{22} & \cdots & -R_2F_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -R_nF_{n1} & -R_nF_{n2} & \cdots & 1-R_nF_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{em 1} \\ L_{em 2} \\ \vdots \\ L_{em n} \end{bmatrix}$$

- ▶ Das Gleichungssystem ist für jedes Wellenlängenband, das im Beleuchtungsmodell betrachtet wird, zu lösen (R_i , $R_{i R}$, $R_{i G}$, $R_{i B}$, $L_{em i}$ sind wellenlängenabhängig).

Radiosity



- ▶ Jedes Patch wird nun als opaker Lambertstrahler betrachtet (d.h. alle Lichtquellen werden gleichmäßig über die Fläche verteilt, allerdings mit emittierendem Strahldichtewert $L_i = L_{e_i}$)

$$L_i = L_{e_i}$$

- ▶ Es ergibt sich schließlich als Gleichungssystem

$$\begin{bmatrix} 1 - R_1 F_{11} & -R_1 F_{12} \\ -R_2 F_{21} & 1 - R_2 F_{22} \\ \vdots & \vdots \\ -R_n F_{n1} & -R_n F_{n2} \end{bmatrix}$$

- ▶ Das Gleichungssystem ist für jedes Wellenlängenband zu lösen ($R_i, R_{iR}, R_{iG}, R_{iB}, L_{em_i}$ sind vorgegeben)



elt,

t

Radiosity



Progressive Refinement:

- ▶ Das Radiosity-Verfahren ist *sehr aufwendig* (Bestimmung aller Formfaktoren, Anwendung des Gauß-Seidel-Verfahrens zum Lösen des Gleichungssystems).
- ▶ *Beim progressive Refinement ist die inkrementelle Approximation* des Ergebnisses des exakten Algorithmus durch ein vereinfachtes Verfahren *wünschenswert*.
- ▶ Ein entsprechender Algorithmus, der die Patches einzeln behandelt, stammt von Cohen, Chen, Wallace und Greenberg (*siehe Foley, S. 800*)

Adaptives Radiosity-Verfahren:

- ▶ *Vereinfachte Formfaktor-Berechnung ist ungenau bei eng beieinander liegenden Flächenstücken* (z. B. in der Nähe von Raumecken)
- ▶ Deshalb *adaptive Unterteilung* solcher Flächen in feinere Polygone

Eigenschaften des Radiosity-Verfahrens:

- ▶ Ausschließlich Berücksichtigung der diffusen Reflexion.
 - ▶ Blickwinkelunabhängig, direkt im 3D-Raum arbeitend.
 - ▶ Realistische Schattenbilder, insbesondere Halbschatten (mehrere Quellen).
 - ▶ Sehr rechenintensiv, deshalb meist Vorausberechnung einer Szene.
-
- *Beleuchtungsphänomene wie z.B. indirektes Licht (besonders augenfällig in Innenräumen, Museen, Kirchen, Theaterbühnen usw.) sind ohne Radiosity praktisch nicht realistisch darstellbar.*
 - *Die Kombination von Radiosity und Ray Tracing* ermöglicht computergenerierte Szenen mit sehr *hohem Grad an Realismus*. Kameraposition / Ansichtentransformation ist erforderlich.
 - *Blickwinkelabhängige Sichtbarkeitsberechnungen* (Z-Puffer-Verfahren) liefern das Endergebnis.