Quasi-spektraler Mehrbereichsmessansatz durch Einsatz eines iterativ regularisierten, targetbezogenen Interpolators

R. Nestler, K.-H. Franke

Dipl.–Ing. Rico Nestler

Zentrum für Bild- und Signalverarbeitung e.V.
Gustav-Kirchhoff-Straße 5
D-98693 Ilmenau
eMail: info@zbs-ilmenau.de Web: www.zbs-ilmenau.de

- Quasi-spektrales Messen / Mehrkanalige Farbsensorik
- Spektrale Rekonstruktion mit Pseudoinversen
- Iterativer Ansatz zur Schätzung von Pseudoinversen
- Beispiele und Aspekte des praktischen Einsatzes
- Zusammenfassung

Die **physikalische Ursache** des *Farbeindrucks* ist der **spektrale Farbreiz**.

Colorimetrisches Messen ist dessen metrische Beschreibung in Form von integralen Farbwerten eines dreikanaligen Farbraumes.

Quasi-spektrales Messen ist die Rückgewinnung (Rekonstruktion) der **spektralen Farbreizcharakteristik** aus dessen niederdimensionaler (integraler) Abtastung.

Messsystem nach Mehrbereichsansatz:

- $k > 3$ integrale Abtastwerte,
- Gestaltungskriterien der Sensorkanäle **nicht** colorimetrisch **sondern** energetisch, applikativ, technologisch, … bestimmt,
- Sensorsignalverarbeitung mit gestiegener Bedeutung
- **Ergebnisverwertbarkeit wie spektraler Ansatz**

Spektrales Messen ist die Charakterisierung der **spektralen Farbreizcharakteristik** aus einer hochdimensionalen Abtastung.

Rückgewinnung (Rekonstruktion) der **spektralen Farbreizcharakteristik** $\tilde{\varphi}$ aus der niederdimensionalen (integralen) Abtastung von φ

$$\varphi(\lambda) \rightarrow \underline{\varphi} = (\varphi_i)_{i=1,\ldots,n} \qquad \underline{\varphi} \in \mathbb{R}^n \qquad \text{(Farbreiz im Zieldefinitionsbereich)}$$

- Umkehrung der Abtastoperation und Herstellung des Zieldefinitionsbereiches durch Rückabbildung $\mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^n$

$$\underline{a} = \underline{\underline{G}} \bullet \underline{\varphi} \qquad \text{(lineare Abtastung } \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k\text{)}$$

$$\underline{\tilde{\varphi}} = \underline{\underline{I}} \bullet \underline{a} \qquad \text{(lineare quasi-spektrale Rekonstruktion } \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}^n\text{)}$$

- Wegen $k \neq n,\ k < n$ **keine direkte Invertierung der (Abtast-)Gerätematrix**
- **Eindeutigkeitsprobem**: je nach Gestaltung der Abtastmatrix werden unterschiedliche Farbreize identisch im $\mathbb{R}^k$ abgebildet
- **Konditionierungsproblem:** integrale **Abtastwerte** sind häufig (linear) abhängig und von unterschiedlicher Signifikanz (Beleuchtungscharakteristik)

„Interpolator" $\underline{\underline{I}}$: Pseudo-Inverse der Abtastmatrix

$$\underline{\underline{G}}^{+} = \underline{\underline{G}}^{T} \bullet (\underline{\underline{G}} \bullet \underline{\underline{G}}^{T})^{-1}$$

Moore-Penrose- oder Pseudo-Inverse

- unregularisierte, direkte Invertierung
- ergibt sich allein aus der Abtastmatrix (Messsystemeigenschaften)
- für $k<n$ (Mehrbereichsansatz) **unbrauchbar**

Regularisierung durch Einbeziehung von mehr oder weniger restrikiven Randbedingungen zur spektralen Gestalt der Inversen bzw. des Rekonstruktionsergebnisses

$$\underline{\underline{G}}^{+W} = \underline{\underline{W}} \bullet \underline{\underline{G}}^{T} \bullet \left(\underline{\underline{G}} \bullet \underline{\underline{W}} \bullet \underline{\underline{G}}^{T}\right)^{-1}$$

linear regularisierte Pseudo-Inverse

- regularisierte, direkte Invertierung
- Varianten: Wiener-PI, Glättende-PI usw.
- für $k<n$ (Mehrbereichsansatz) bei **Targetsatzbezug brauchbar**

$$\underline{\underline{W}}^{\text{Target}} = \underline{\underline{\Phi}}^{\text{Target}} \bullet \left(\underline{\underline{\Phi}}^{\text{Target}}\right)^{T}$$

mit $\underline{\underline{\Phi}}^{\text{Target}} = \left(\underline{\varphi}_{h}^{\text{Target}}\right)_{h=1,\ldots,t}$

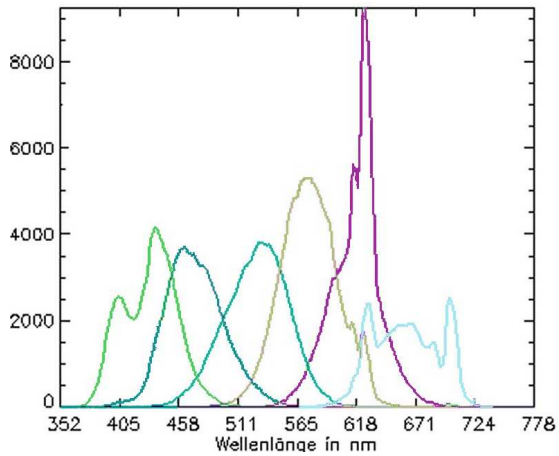
- $\underline{\underline{\Phi}}^{\text{Target}}$ **spektraler (applikativer) Targetsatz**

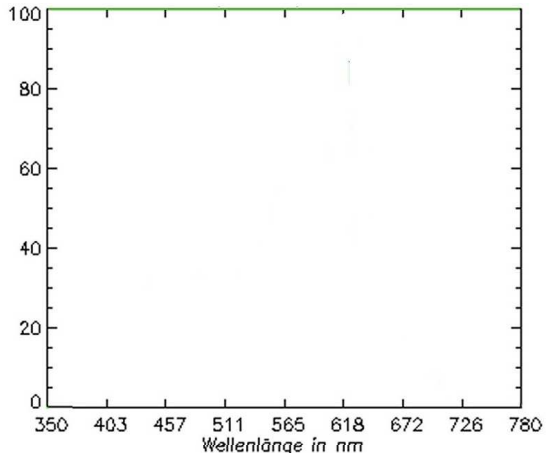
$$\underline{\underline{G}}^{+W} = \underline{\underline{W}}^{\text{Target}} \bullet \underline{\underline{G}}^{T} \bullet \left(\underline{\underline{G}} \bullet \underline{\underline{W}}^{\text{Target}} \bullet \underline{\underline{G}}^{T} \right)^{-1}$$

targetbezogene Pseudo-Inverse

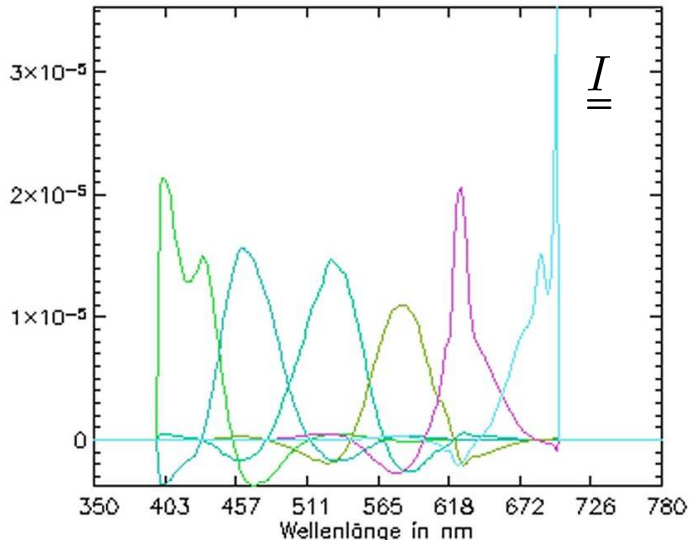
- im LSE-Sinne bestmögliche spektrale Rekonstruktionsgüte für **appl.** Targetsatz
- jedoch oft überspeziell und konditions-bedingt **instabil** (Systemkonfiguration, Targetauswahl)
- **messsystemunabhängiges Resultat** in einem Schritt

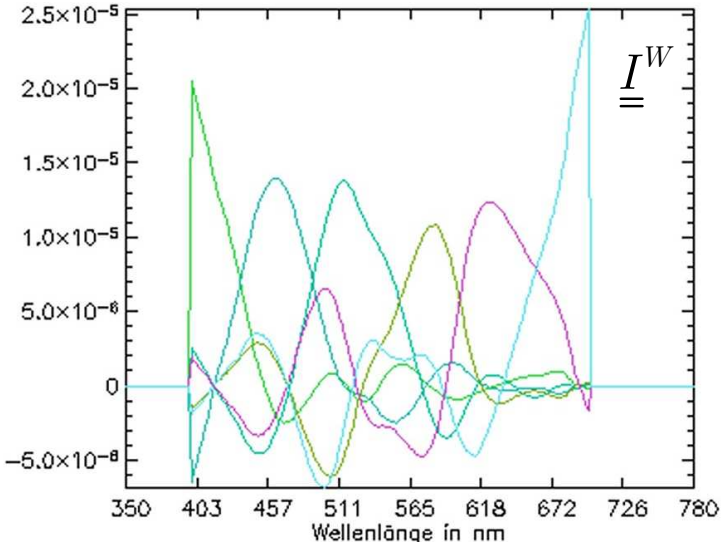
$\underline{\underline{G}}^{*}$





Pseudo-Inverse zur messsystemunab. Spektralrekonstruktion

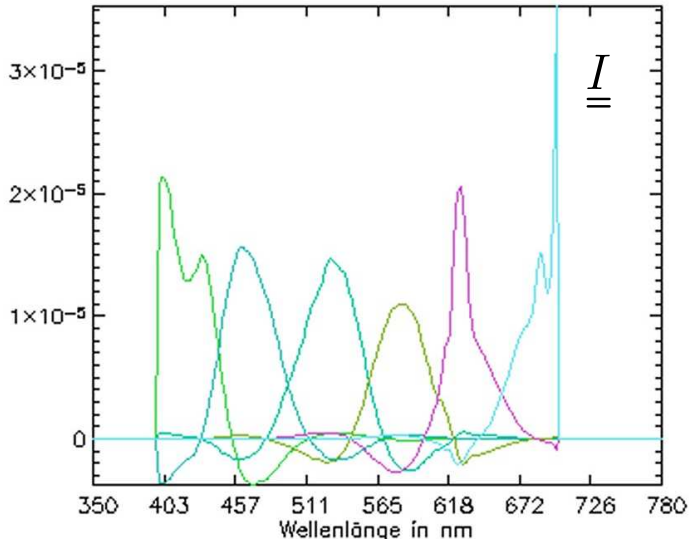


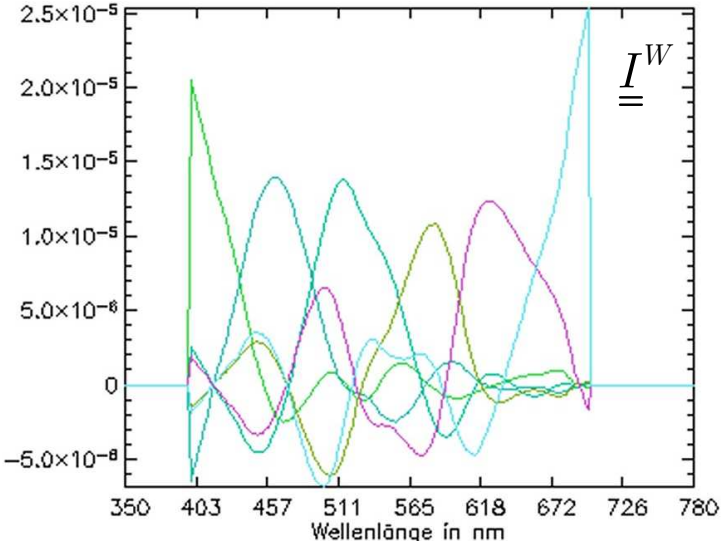


Targetsatz: Macbeth ColorChecker

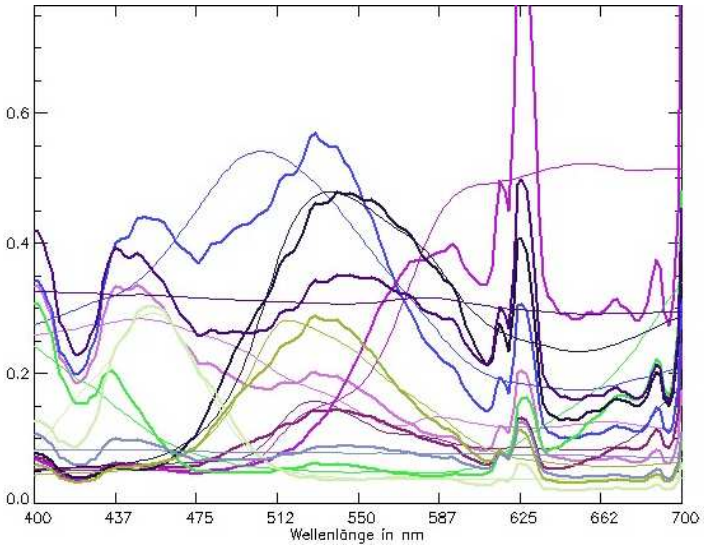
Rekonstruktionsgüte:

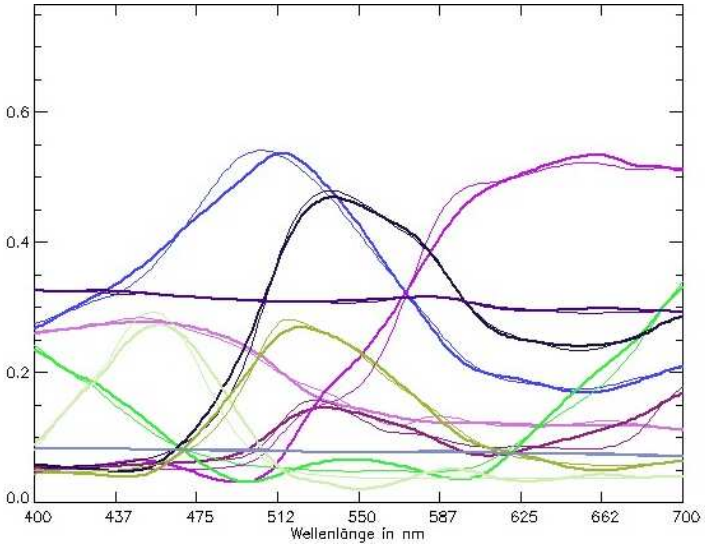
Pseudo-Inverse zur messsystemunab. Spektralrekonstruktion





Targetsatz: Macbeth ColorChecker





Iterativer Ansatz zur Schätzung der targetbezogenen Pseudo-Inversen

- hohe Rekonstruktionsgüte **und** günstiges Toleranzverhalten selbst bei schlecht konditioniertem Problem

!

- definierte Annäherung an **die** LSE-Lösung **in Richtung des gut konditionierten Abtastvorgangs (Anwenden der Gerätematrix)**

$$\chi(\underline{\underline{I}}) = \sum_{i=1,\ldots,n} \sum_{j=1,\ldots,t} (\underbrace{\underline{\underline{I}} \bullet \underline{\underline{G}} \bullet \underline{\underline{\Phi}}^{\text{Target}}}_{\underline{\underline{\tilde{\Phi}}}^{\text{Target}}} - \underline{\underline{\Phi}}^{\text{Target}})_{ij}^{2}$$

spektraler Rekonstruktionsfehler

- neben **der** LSE-Lösung existiert eine **Ergebnismenge**, die **Lösungen mit geforderten Eigenschaften** umfasst

- **Lösungsauswahl:** Einbeziehung dieser Eigenschaften in Form von **Nebenbedingungen** in ein multivariates, skalares Optimierungsfunktional

$$\underline{\underline{I}}^{W,\text{est}} : \min(O) \qquad O = \underbrace{\chi(\underline{\underline{I}})}_{\text{spek. Rekonstruktions-fehler}} + \underbrace{\alpha_1 \cdot \Psi_1(\underline{\underline{I}}) + \alpha_2 \cdot \Psi_2(\underline{\underline{\tilde{\Phi}}}) + \ldots}_{\text{Gestalt,Kondition}}$$

- **Startpunkte für die Optimierung** die Null-Lösung oder die LSE-Lösung

Nebenbedingungen / Regularisationsmöglichkeiten:

- Optimierungsabbruch bei Erreichen applikativ akzeptabler Rekonstruktionsgüten

---

- maximale spektrale Komplexität der Interpolatorbeiträge (des Rekonstruktionsergebnisses) – Freiheitsgradbeschränkung nach dem **Pixonenprinzip**

$$\chi(\underline{\underline{I}}) = \sum_{i=1,\ldots,n} \sum_{j=1,\ldots,t} \left(\underline{\underline{I}}^P \bullet \underline{\underline{G}} \bullet \underline{\underline{\Phi}}^{\text{Target}} - \underline{\underline{\Phi}}^{\text{Target}}\right)_{ij}^2$$

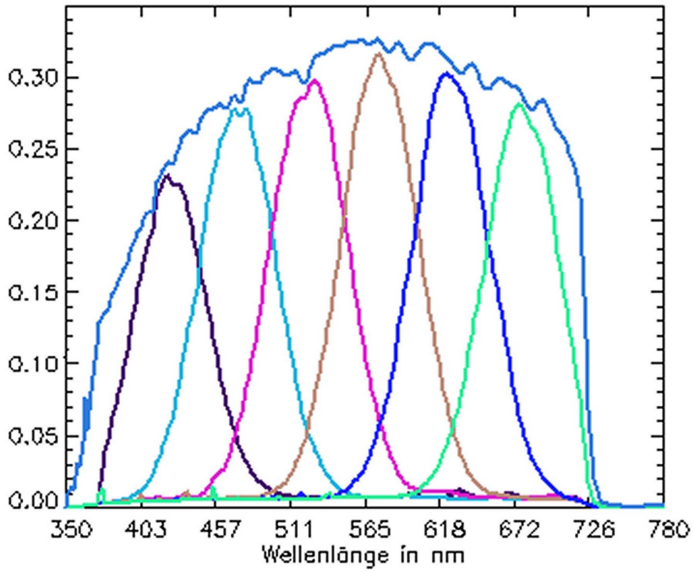
$$\underline{\underline{I}}^P = \underline{\underline{P}} \bullet \underline{\underline{I}} \qquad \rightarrow \qquad \underline{\underline{\tilde{\Phi}}}^{\text{Target},P} = \underline{\underline{P}} \bullet \underline{\underline{\tilde{\Phi}}}^{\text{Target}}$$

Faltungsoperator $\underline{\underline{P}}$ **stationär** oder auch **nicht stationär ➔ Optimierungsgegenstand**

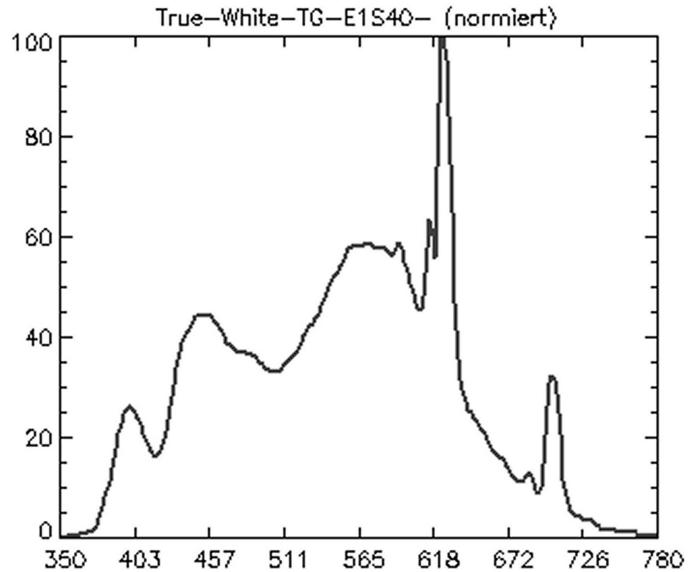
- minimale lineare Abhängigkeit der Interpolatorbeiträge (lokale Toleranzwirkung) - Einbeziehung einer Konditionsbewertung

$$c_{\text{a}}(\underline{\underline{I}}) = \left\|\underline{\underline{I}}^T \bullet \underline{\underline{I}}\right\|_{\text{a}} \cdot \left\|\left(\underline{\underline{I}}^T \bullet \underline{\underline{I}}\right)^{-1}\right\|_{\text{a}} \geq 1 \rightarrow \alpha \cdot \Psi(\underline{\underline{I}}) = \alpha \cdot \left\|\underline{\underline{I}}^T \bullet \underline{\underline{I}}\right\|_{\text{a}} \cdot \left\|\left(\underline{\underline{I}}^T \bullet \underline{\underline{I}}\right)^{-1}\right\|_{\text{a}}$$

Testszenario Auflicht : Rekonstruktion der spektralen Remission

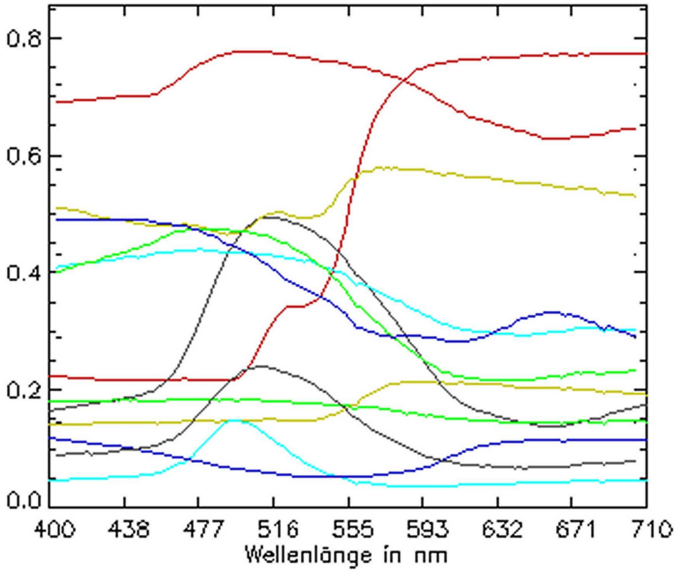


- $k=6+1$ – kanaliges Abtastsystem
- Gestaltung entsprechend Erfordernissen von Auflichtvorlagen ohne konkreten Applikations-bezug
- Einbeziehung eines breitbandigen Basiskanals



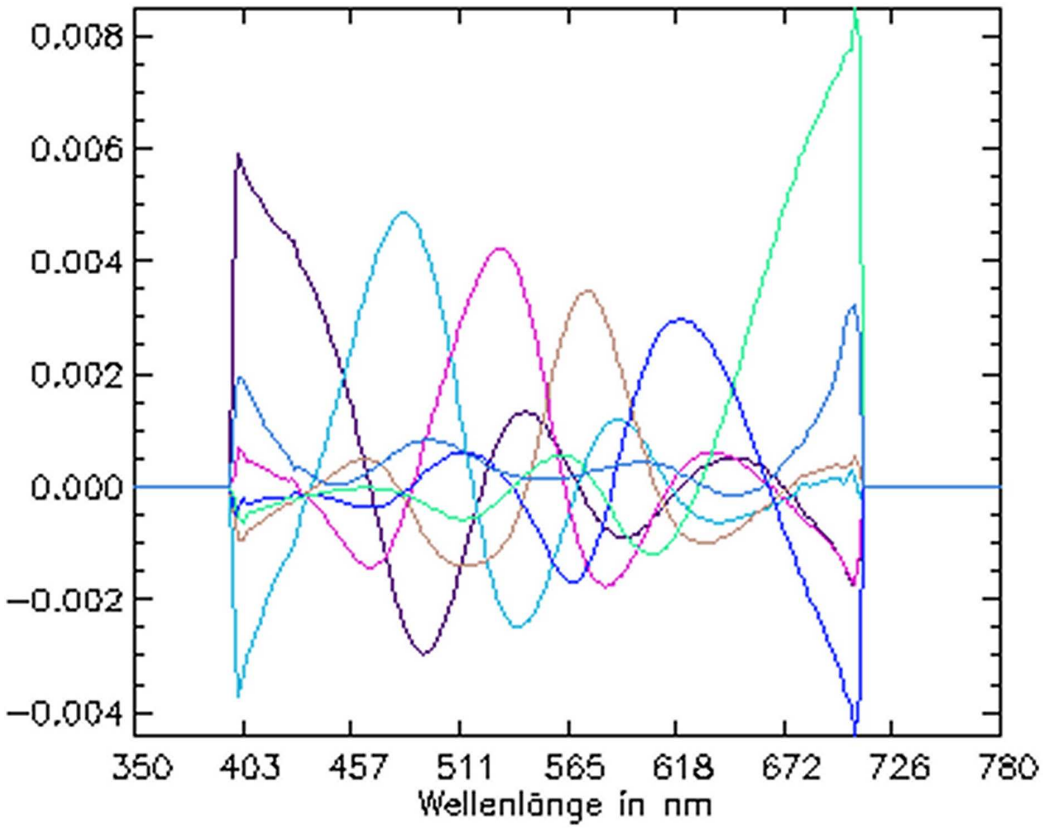
- LED-basierte Lichtquelle
- spektral charakteristisch strukturiert

Testszenario Auflicht : Rekonstruktion der spektralen Remission



- **Targetsatz:** 100 Targets Munsell-Book of Color
- Referenztarget „Weiß" einbezogen

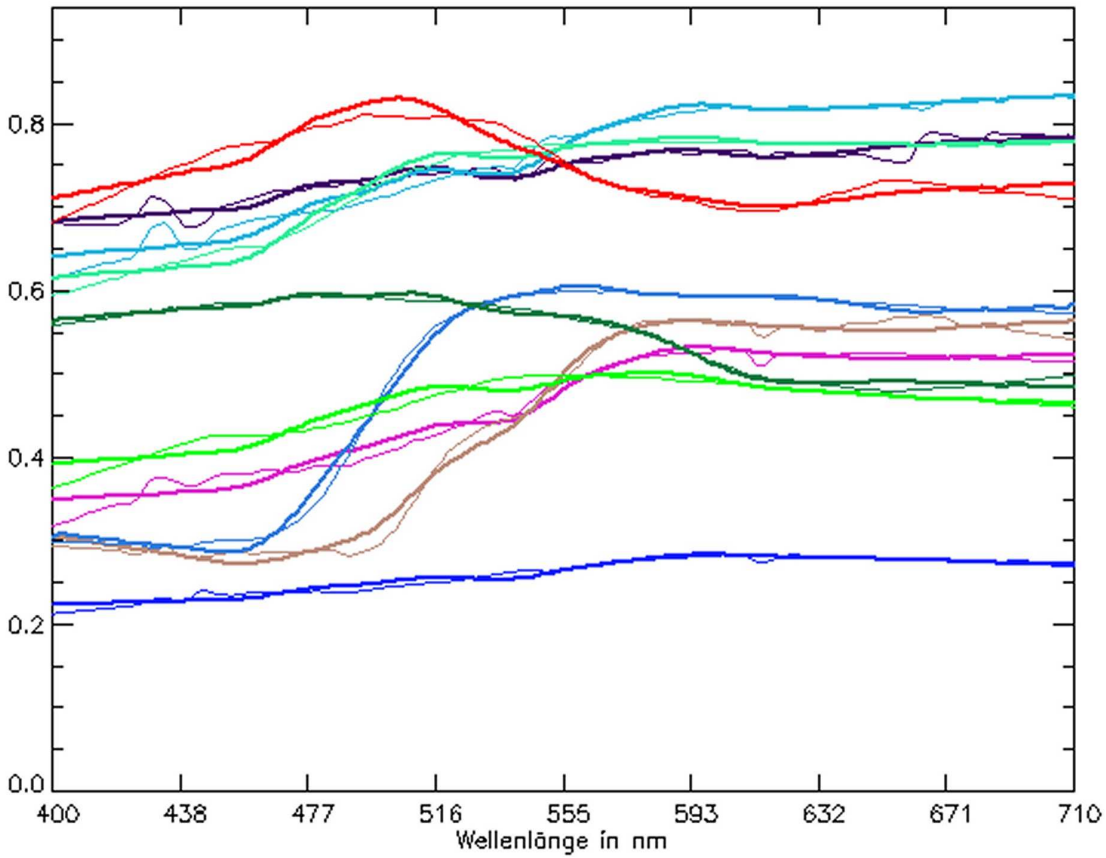
- **iterativer targetbezogener Interpolator**
- freiheitsgradbeschränkt



Testszenario Auflicht : Rekonstruktion der spektralen Remission

- **Testtargetsatz:** Munsell Nearly Neutrals

radiometrisches Rekonstruktionsergebnis



colorimetrischer Soll-Ist-Vergleich

Licht-art	$\overline{\Delta E}^{\text{Lichtart}}_{L^*a^*b^*}$	$\max \Delta E^{\text{Lichtart}}_{L^*a^*b^*}$	$\% \; \Delta E^{\text{Lichtart}}_{L^*a^*b^*} < 1$
D65	0.53	1.34	87,50
A	0.34	0.84	100.00
F2	0.57	1.29	87,50
F12	0.94	2.33	59,37

Testszenario Auflicht : Einflüsse realer Messsysteme

Berücksichtigung von sekundären Toleranzen realer Messsysteme

bzgl. Targetsatz **selektiv** wirkend

- **Exemplarstreuungen** der eingesetzten Messsystemkomponenten gegenüber den Bezugscharakteristiken (**Beleuchtung**, Kanalempfindlichkeiten)
- stochastische Messunsicherheiten der Signalverarbeitung

bzgl. Targetsatz **nicht selektiv** wirkend

- **Einflüsse der Messgeometrie** (auf die Sensorik auftreffende Beleuchtungs-stärkeverteilung - erfasste kanalweise Lichtmenge)

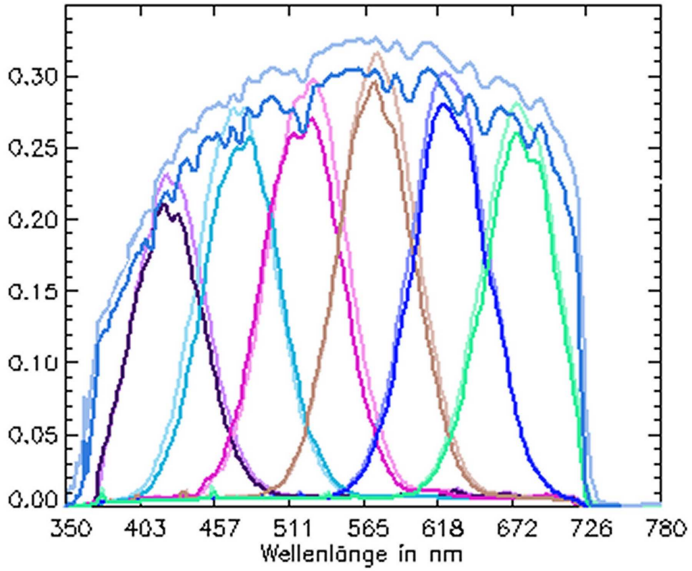
Interpolatoren mit robustem Toleranzverhalten:

- **einfache Korrekturansätze** wie bei spektralem Ansatz möglich (**Einzeltargetkorrektur mit spektraler Referenz** vor jeder Messung)

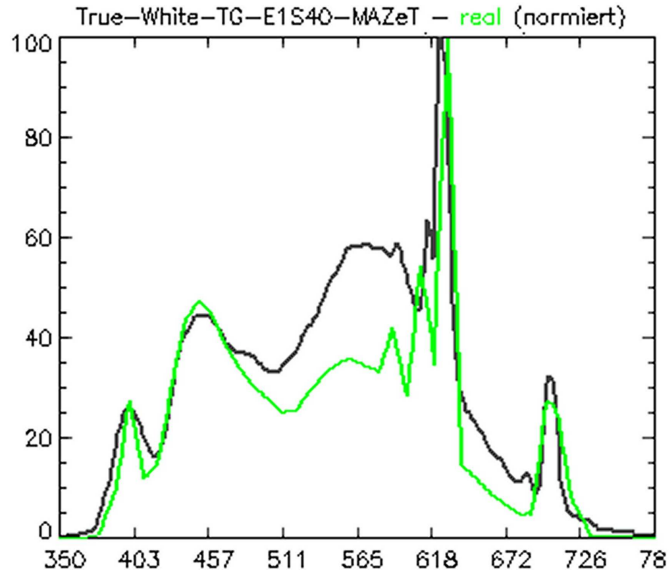
sonst

- **regressive targetbezogene Korrektur** mit **einfachen Korrekturmodellen** sehr wirkungsvoll

Testszenario Auflicht : Toleranztest



- worst-case Toleranzfall **Sensor**
- Toleranzen selektiv wirksam

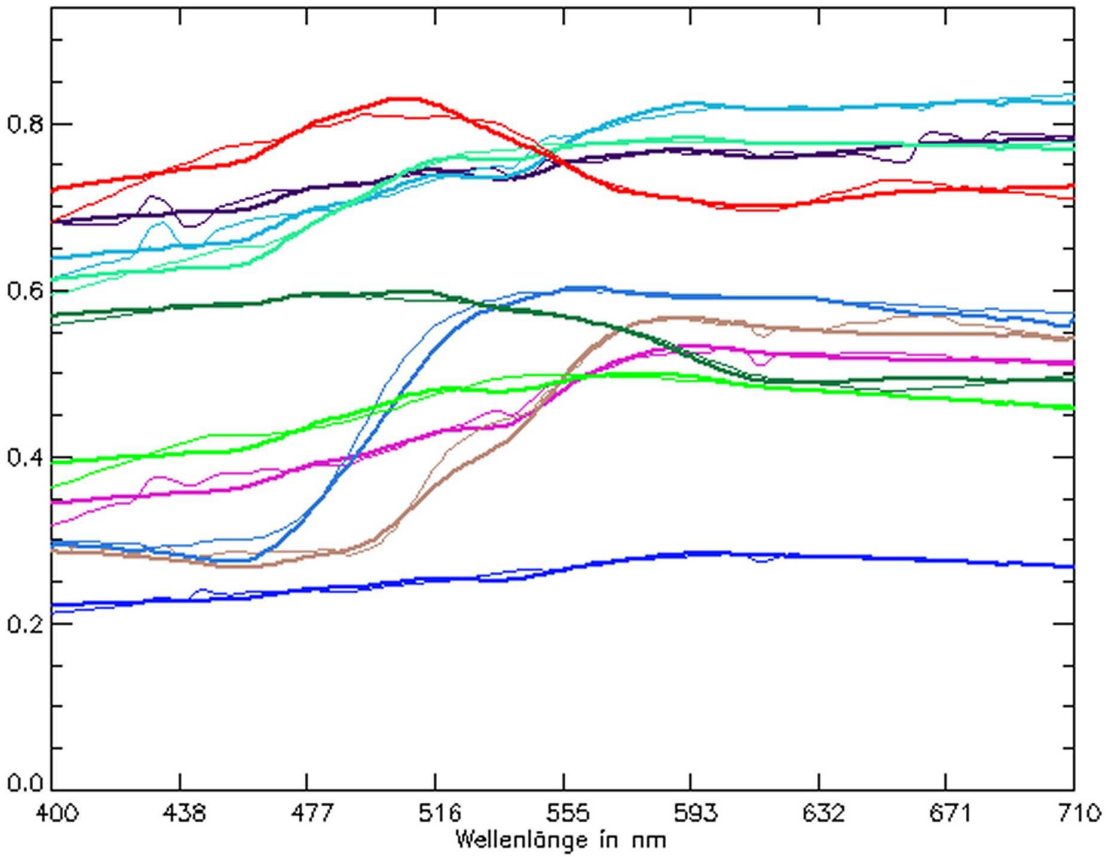


- worst-case Toleranzfall **Lichtquelle**
- Toleranzen selektiv wirksam

Testszenario Auflicht : Toleranztest

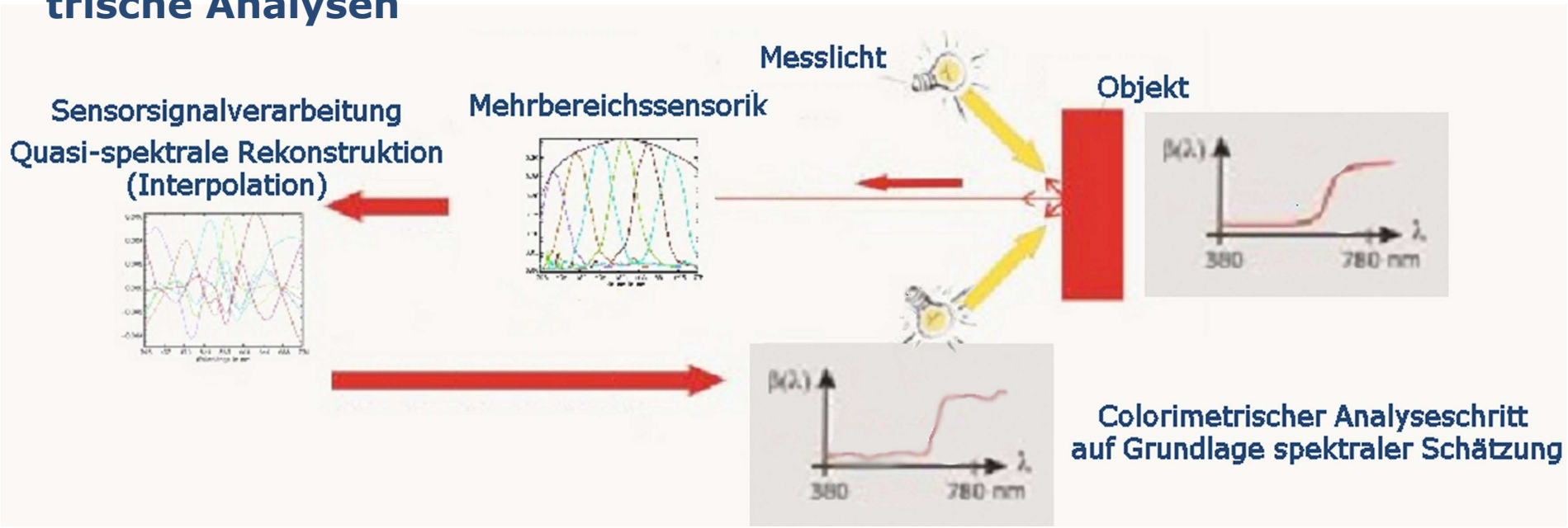
- **Testtargetsatz:** Munsell Nearly Neutrals
- Einzeltargetkorrektur mit „Referenzweiß"

radiometrisches Rekonstruktionsergebnis



colorimetrischer Soll-Ist-Vergleich

Licht-art	$\overline{\Delta E}^{\text{Lichtart}}_{L^*a^*b^*}$	$\max \Delta E^{\text{Lichtart}}_{L^*a^*b^*}$	$\% \; \Delta E^{\text{Lichtart}}_{L^*a^*b^*} < 1/3$
D65	1.01	2.18	54.7/100.0
A	0.59	1.51	84.4/100.0
F2	0.86	1.98	64.1/100.0
F12	1.03	2.07	48,4/100.0

Iterativ regularisierter, targetbezogener Interpolator

- auch **bei geringer Kanalzahl** des Mehrbereichsmesssystems (Applikations-bezug) **akzeptable quasi-spektrale Rekonstruktionsergebnisse**
- erheblich **bessere Toleranzeigenschaften**, **generellere Rekonstruktions-eigenschaften** als vergleichbare lineare PI-Lösungen
- für beliebig kanalige Sensoranordnungen, applikativ anpassbar
- Quasi-spektrale Messergebnisse Ausgangspunkt für **beliebige colorime-trische Analysen**